

Devoir de révision – Vers la première en mathématiques

Vous rêvez de revenir au lycée en première, au mois de septembre, avec vos neurones en pleine forme, gorgés de révisions et parés pour passer une année après un départ fulgurant. Vous êtes au bon endroit. Ce devoir de transition entre la seconde et la première va vous permettre de rafraîchir vos connaissances pour repartir du bon pied. Il est divisé en sept thèmes avec des exercices variés. Choisissez les thèmes que vous voulez réviser et lancez-vous. La correction est disponible et accessible par simple clic dans le document. Pour les trois premiers thèmes, un lien vers le site MathAléa va vous permettre de faire des exercices d'entraînement avec une correction automatique proposée en ligne.

Épisode 1 : Le calcul avec des nombres dans tous ses états – 13 questions sur les nombres, les fractions, les racines carrées et les puissances – Lien vers Mathaléa pour faire des exercices en plus.

Épisode 2 : Le calcul avec des lettres dans tous ses états – 7 questions pour développer ou factoriser, utiliser les intervalles et calculer avec des puissances – Lien vers Mathaléa pour faire des exercices en plus.

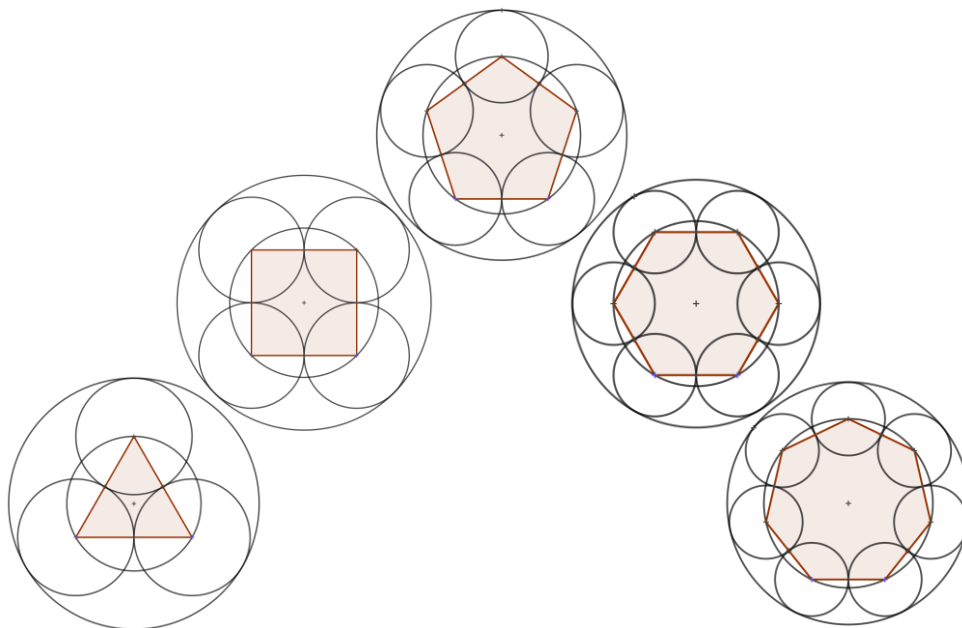
Épisode 3 : Les équations et les inéquations dans tous leurs états – 15 questions pour revoir tous les types d'équations et d'inéquations du programme de seconde – Lien vers Mathaléa pour faire des exercices en plus.

Épisode 4 : Les fonctions dans tous leurs états – 9 questions sur les fonctions et leurs propriétés importantes

Épisode 5 : La gestion des données, les probabilités et les statistiques dans tous leurs états – 9 questions sur les pourcentages, les calculs statistiques et les probabilités

Épisode 6 : La géométrie vectorielle dans tous ses états – 15 questions sur les vecteurs sans ou avec coordonnées, la géométrie et les droites et leurs équations.

Épisode 7 : Python dans tous ses états – 11 questions pour revoir les instructions du langage Python avec des exercices du plus simple au plus difficile.



Épisode 1 – Le calcul avec des nombres dans tous ses états

❶ Dire si les affirmations suivantes sont vraies ou fausses. Si l'affirmation est fausse alors la réécrire pour qu'elle soit vraie.

- a) L'inverse de 3 est -3 .
 b) L'opposé du quart de 52 est 13.
 c) Le double de l'inverse de $\frac{1}{6}$ est 3.

[Vers la correction](#)

❷ Effectuer chacun des calculs suivants en détaillant les étapes et en donnant le résultat sous forme irréductible.

$$A = \frac{1}{4} - \frac{1}{6}; \quad B = \frac{63}{34} \times \frac{170}{21}; \quad C = \frac{3}{4} + \frac{1}{4} \times \frac{8}{7}.$$

[Vers la correction](#)

❸ Un élève affirme deux propriétés mathématiques : « Le produit de deux multiples de 4 est un multiple de 8 ».
 « J'ai trouvé des nombres premiers dont la somme des chiffres vaut 18 ».

A-t-il raison ? Justifier.

[Vers la correction](#)

❹ Effectuer chacun des calculs suivants en détaillant les étapes et en donnant le résultat sous forme irréductible.

$$A = \frac{3}{2} + \frac{5}{3} \times \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{2} \right); \quad B = 1 + \frac{1}{2 + \frac{5}{4 + \frac{5}{6}}}; \quad C = \frac{3}{4} - \frac{1}{4} \times \left(2 - \frac{2}{3} \right); \quad D = 1 + \frac{1}{1 - \frac{1}{1 + \frac{1}{2}}}.$$

[Vers la correction](#)

❺ Donner la valeur absolue des nombres suivants : $\frac{7}{8}$; $\sqrt{3} - 3$; $-\pi - 4$.

[Vers la correction](#)

❻ Dire si les affirmations suivantes sont vraies ou fausses. Si l'affirmation est fausse alors la réécrire pour qu'elle soit vraie.

- a) $-\frac{8}{5}$ est un nombre entier relatif; b) $\frac{8,5}{7,5} \in \mathbb{Q}$; c) $\mathbb{R} \subset \mathbb{Q}$; d) π est un nombre irrationnel;
 e) $1,414 = \sqrt{2}$; f) 0,175 est un nombre rationnel.

[Vers la correction](#)

❼ Les nombres proposés existent-ils ? Justifier.

- a) $-\sqrt{6}$; b) $\sqrt{-10^2}$; c) $\sqrt{-(-5)^2}$; d) $\sqrt{(-3)^2}$; e) $\sqrt{\sqrt{5}}$.

[Vers la correction](#)

❽ Donner, si possible, une écriture simplifiée des calculs suivants :

- a) $\sqrt{33} \times \sqrt{3}$; b) $(4\sqrt{5})^2$; c) $-4\sqrt{2} \times 6\sqrt{2}$; d) $\sqrt{\frac{98}{2}}$; e) $\sqrt{6} + \sqrt{11}$.

[Vers la correction](#)

❾ Écrire les nombres suivants sous la forme $a\sqrt{b}$ où a et b sont des entiers naturels avec b le plus petit possible.

- a) $6\sqrt{605} - 2\sqrt{80} - 3\sqrt{125}$; b) $3\sqrt{567} - 8\sqrt{63} - 6\sqrt{448}$; c) $8\sqrt{12} + 6\sqrt{75} - 6\sqrt{108}$;
 d) $-2\sqrt{40} + 5\sqrt{490} - 4\sqrt{640}$; e) $4\sqrt{63} + 8\sqrt{343} - 4\sqrt{175}$.

[Vers la correction](#)

❿ Écrire les fractions suivantes sans racine carrée au dénominateur.

- a) $\frac{3}{\sqrt{2}}$; b) $\frac{4\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$.

[Vers la correction](#)

⓫ Écrire les nombres suivants sous la forme a^n avec $a \in \mathbb{R}$ et $n \in \mathbb{Z}$.

- a) $7^{-8} \times 7 \times 7^{-4}$; b) $\frac{5^{-4} \times 5^{-2}}{25^2}$; c) $(-11)^{-11} \times (-2)^{-11}$; d) $\frac{9^6 \times 9^3}{(2^3)^3}$.

[Vers la correction](#)

⓬ On considère les intervalles $I =]-\infty; -\sqrt{2}[$, $J = [-2; 4[$ et $K =]-1; 9]$.

Déterminer $I \cap J$, $I \cup J$, $I \cap K$, $I \cup K$, $J \cap K$ et $J \cup K$.

[Vers la correction](#)

⓭ a) Quel est le plus grand entier relatif n'appartenant pas à l'intervalle $[\sqrt{2}; +\infty[$?

b) Quel est le plus petit entier relatif appartenant à l'intervalle $[\sqrt{2}; +\infty[$?

[Vers la correction](#)

Pour aller plus loin : [Fiche aléatoire](#) d'exercices avec correction automatique sur

Épisode 2 - Le calcul avec des lettres dans tous ses états

- ❶ Développer réduire et ordonner les expressions suivantes :

$$f_1(x) = 3(x+5) ; \quad f_2(x) = (x-2) - (3x+4) ;$$

$$f_3(x) = (2x+7)(-3x-5) ; \quad f_4(x) = (2x+2)^2 ;$$

$$f_5(x) = (2x+5)(2x-5) ; \quad f_6(x) = (3x-1)^2 ;$$

$$f_7(x) = (2x+1)(5x-2) - 3(x+2) ; \quad f_8(x) = (5x+1)(1-5x).$$

[Vers la correction](#)

- ❷ Factoriser les expressions suivantes :

$$g_1(x) = 4x - 4 ; \quad g_2(x) = (x-2)(x+3) + (2x-1)(x-2) ;$$

$$g_3(x) = (4x-1)^2 - (4x-1) ; \quad g_4(x) = 25x^2 - 64 ;$$

$$g_5(x) = 4x^2 - 8x + 4 ; \quad g_6(x) = (3x-1)(x-2) - (3x-1)(5x+3) ;$$

$$g_7(x) = 16x^2 + 8x + 1.$$

[Vers la correction](#)

- ❸ Développer réduire et ordonner les expressions suivantes :

$$f_1(x) = 3(x+2) + (x-1)(2x+1) ; \quad f_2(x) = (x-3)^2 + (2x+1)^2.$$

[Vers la correction](#)

- ❹ Factoriser les expressions suivantes :

$$g_1(x) = (4x-1)^2 - (3x+5)^2 ; \quad g_2(x) = 3(x-2)(x+3) - (x-2)(2x+8).$$

[Vers la correction](#)

- ❺ Traduire les intervalles suivants à l'aide d'inégalités :

$$x \in [-\sqrt{2}; \sqrt{2}[; \quad y \in]-\infty; \frac{5}{7}[; \quad z \in [-9; +\infty[; \quad a \in]-\pi; 9] ;$$

$$b \in \left[-5; \frac{11}{2}\right] ; \quad c \in]-9; \pi[; \quad d \in \left]-\frac{11}{4}; +\infty\right[; \quad e \in]-\infty; \sqrt{7}].$$

[Vers la correction](#)

- ❻ Traduire les inégalités suivantes à l'aide d'un intervalle.

$$x > -\sqrt{2} ; \quad -\pi < y \leq 3\pi ; \quad z \leq -\sqrt{2} ; \quad a \geq -\frac{2}{5} ;$$

$$-8 \leq b < \sqrt{2} ; \quad c < \frac{11}{2} ; \quad -5 \leq d \leq \frac{7}{5} ; \quad -7 < e < -\frac{3}{4}.$$

[Vers la correction](#)

- ❼ x est un nombre réel non nul. Écrire les expressions suivantes sous la forme x^n avec $n \in \mathbb{Z}$.

$$x^5 \times x \times \frac{1}{x^8} ; \quad \frac{(x^4)^{-3} \times x^{-2}}{x^5}.$$

[Vers la correction](#)

Pour aller plus loin : [Fiche aléatoire](#) d'exercices avec correction automatique sur

MathALÉA
par CoopMaths

Épisode 3 – Les équations et les inéquations dans tous leurs états

❶ Résoudre dans \mathbb{R} les équations suivantes d'inconnue x .

a) $7x-1=0$; b) $2x+5=4x-1$; c) $(3x+5)(-5x-2)=0$; d) $9x^2=64$.

[Vers la correction](#)

❷ Résoudre dans \mathbb{R} les équations suivantes d'inconnue x :

a) $-7x-8=0$; b) $(5x-1)(3x+5)=0$; c) $(x-3)^2-25=0$.

[Vers la correction](#)

❸ Traduire les inégalités suivantes à l'aide d'un intervalle :

a) $|x-9| \leq 0,5$; b) $|x+3| \leq 9$;

[Vers la correction](#)

❹ Traduire à l'aide d'une valeur absolue la condition suivante : $x \in [-6;2]$.

[Vers la correction](#)

❺ Résoudre dans \mathbb{R} les équations suivantes d'inconnue x :

a) $|x+5|=8$; b) $|x-6|=-1$.

[Vers la correction](#)

❻ Résoudre dans \mathbb{R} les équations et inéquations suivantes d'inconnue x :

a) $\frac{1}{2}x+3=0$; b) $\left(\frac{1}{3}x-2\right)\left(\frac{1}{4}x+\frac{1}{3}\right)=0$; c) $(3x-2)^2-(5x-1)^2=0$;

d) $|x-5|=\frac{1}{2}$; e) $(x-5)(3x+1)-(3x+1)(2x+6)=0$;

f) $3x-5 \leq 0$; g) $3x+2 > 5x-4$; h) $2(x-1)+3 < 5x-7$.

[Vers la correction](#)

❼ Résoudre dans \mathbb{R} les équations et inéquations suivantes d'inconnue x :

a) $(3x-1)(-2x-1)=0$; b) $5(x-1)-3(2x+1) > 3x-8$; c) $36x^2=9$.

[Vers la correction](#)

❽ Résoudre dans \mathbb{R} les équations d'inconnue t :

a) $3t+5=0$; b) $(3t-1)(5-2t)=0$; c) $36t^2-25=0$.

[Vers la correction](#)

❾ Résoudre dans \mathbb{R} les inéquations suivantes d'inconnue x .

a) $(5x-1)(-3x-2) \leq 0$; b) $(3x-5)(-2x+1)-(-2x+1)(2x+1) \geq 0$; c) $(5x-1)^2 < (7x-4)^2$.

[Vers la correction](#)

❿ Résoudre, dans \mathbb{R} , les inéquations suivantes d'inconnue x :

a) $3x-1 < 0$; b) $7x+2 \leq 8x-5$; c) $-5x-4 > 2x-3$; d) $(5x-1)(-3x+2) \leq 0$.

[Vers la correction](#)

⓫ Résoudre, dans \mathbb{R}^* , les équations suivantes d'inconnue x :

a) $\frac{1}{x}=-5$; b) $\frac{3}{x}=\frac{1}{2}$; c) $\frac{5}{x}+3=\frac{7}{x}-2$.

[Vers la correction](#)

⓬ Résoudre les inéquations suivantes d'inconnue x :

a) $\frac{3x+2}{-2x-5} \leq 0$; b) $\frac{-5x+4}{2x-3} > 2$.

[Vers la correction](#)

⓭ Résoudre, dans $[0;+\infty[$, les équations et inéquations suivantes d'inconnue x :

a) $3\sqrt{x}=5$; b) $-2\sqrt{x}+4=2\sqrt{x}-4$; c) $5\sqrt{x} > 3$; d) $2\sqrt{x}+5 \leq 4$; e) $3\sqrt{x}+1 \geq 2\sqrt{x}+5$.

[Vers la correction](#)

⓮ Résoudre par la méthode de votre choix les systèmes suivants d'inconnues x et y :

a) $\begin{cases} 2x-5y=2 \\ -x+4y=-3 \end{cases}$; b) $\begin{cases} -2x+3y=5 \\ x-\frac{3}{2}y=-6 \end{cases}$; c) $\begin{cases} -2x-5y=-14 \\ 5x-3y=4 \end{cases}$; d) $\begin{cases} -2x+5y=4 \\ \frac{4}{7}x-\frac{10}{7}y=-\frac{8}{7} \end{cases}$.

[Vers la correction](#)

⓯ Soient x et y des réels avec $x-y=10$ et $xy=7$. Déterminer x^2+y^2 .

Soient x et y des réels avec $3x+5y=6$ et $xy=-6$. Déterminer $9x^2+25y^2$.

[Vers la correction](#)

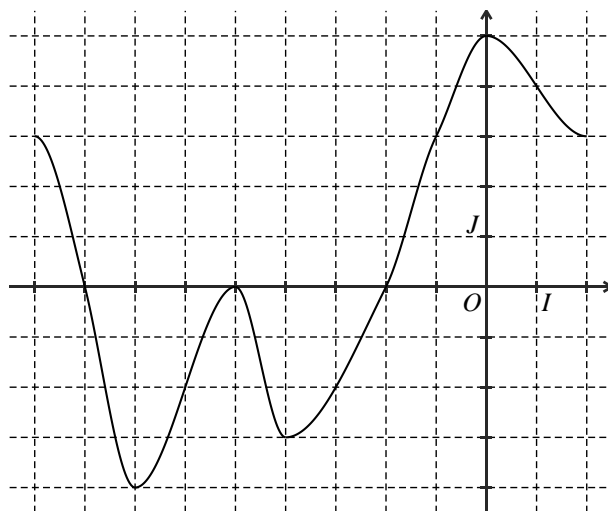
Pour aller plus loin : [Fiche aléatoire](#) d'exercices avec correction automatiques sur

Épisode 4 – Les fonctions dans tous leurs états

❶ On considère la fonction f dont la courbe (\mathcal{C}_f) est donnée ci-dessous dans le repère $(O; I, J)$.

Par lecture graphique :

- a) Donner l'ensemble de définition de f .
- b) Donner l'image par f de -6 , -2 et 1 .
- c) Donner les antécédents éventuels de 3 par f .
- d) Combien -2 a-t-il d'antécédents par f ?
- e) Dresser le tableau de variations de f sur son ensemble de définition.
- f) Dresser le tableau de signes de f sur son ensemble de définition.
- g) Donner le maximum et le minimum de f :
 - sur $[-3; 2]$; • sur $[-9; -4]$.



[Vers la correction](#)

❷ On donne ci-contre le tableau de variations d'une fonction g .

a) Un élève affirme :

« La fonction g est croissante sur $[-2; 5]$ ».

A-t-il raison ? Justifier.

x	-5	0	6	$+\infty$
Variations de g	$-\infty \nearrow 7 \searrow -2 \nearrow 5$			

b) En justifiant soigneusement votre réponse, comparer quand cela est possible :

- $g(-3)$ et $g(-1)$; • $g(4)$ et $g(7)$; • $g(1)$ et $g(5)$.

[Vers la correction](#)

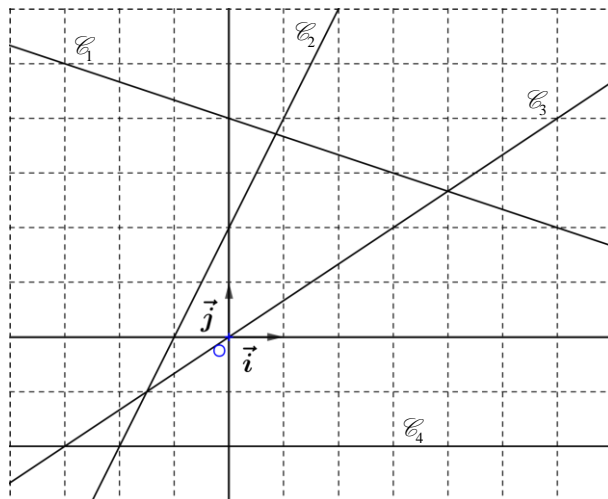
❸ a) Donner sans justification le tableau de variations de la fonction carrée définie sur \mathbb{R} par $f(x) = x^2$.

b) Comparer sans les calculer et en justifiant soigneusement votre réponse les nombres suivants : $(\pi - 7)^2$ et $(\pi - 5)^2$;

c) En utilisant les variations de la fonction carrée, donner un encadrement de x^2 pour $x \in [-6; 5]$.

[Vers la correction](#)

❹ Observer le graphique ci-contre et indiquer les expressions des fonctions affines f_1 , f_2 , f_3 , f_4 qui y sont représentées respectivement par les courbes \mathcal{C}_1 , \mathcal{C}_2 , \mathcal{C}_3 et \mathcal{C}_4 .



[Vers la correction](#)

❺ Construire, dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$, les courbes \mathcal{C}_1 , \mathcal{C}_2 , \mathcal{C}_3 , \mathcal{C}_4 représentatives des fonctions suivantes :

$$f_1(x) = -x - 2 ; \quad f_2(x) = \frac{1}{2}x ; \quad f_3(x) = 3x + 1 ; \quad f_4(x) = -3.$$

[Vers la correction](#)

❻ Soit les fonctions f et g définies sur \mathbb{R} par $f(x) = -\frac{1}{3}x - 5$ et $g(x) = 2x - 3$.

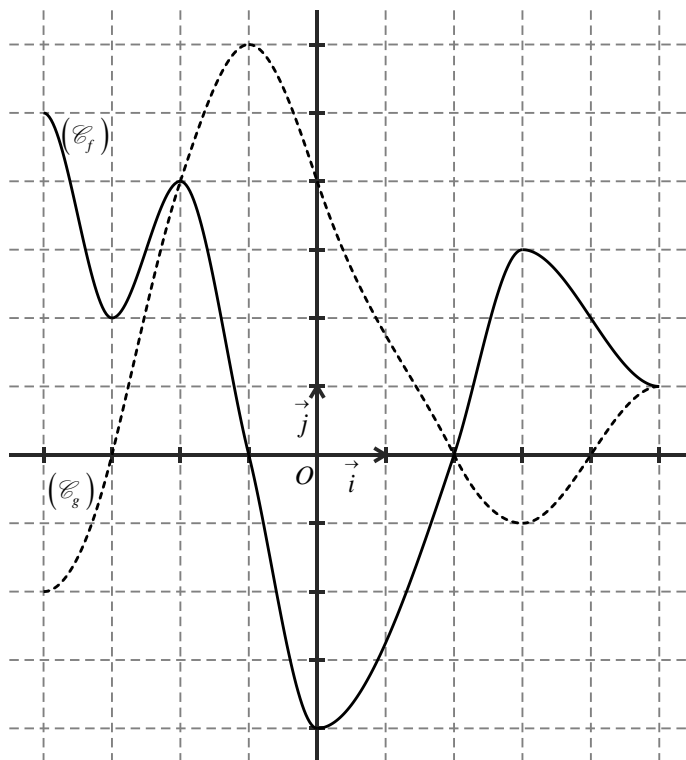
Construire le tableau de variations et le tableau de signes des fonctions f et g .

[Vers la correction](#)

- 7 On a représenté dans le même repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$ ci-contre les courbes (\mathcal{C}_f) et (\mathcal{C}_g) représentatives des fonctions f et g .

Par lecture graphique :

- Quel est l'ensemble de définition des fonctions f et g ?
- Dresser le tableau de variations de la fonction f .
- Dresser le tableau de signes de la fonction g .
- Résoudre l'équation $f(x) = g(x)$ sur leur ensemble de définition.
- Résoudre l'inéquation $f(x) > g(x)$ sur leur ensemble de définition.
- Résoudre l'inéquation $f(x) \leq g(x)$ sur leur ensemble de définition.



[Vers la correction](#)

- Donner, sans justification, le tableau de variations de la fonction inverse.
- Quel est le nom de la courbe représentant la fonction inverse ?

[Vers la correction](#)

- 9 En utilisant le sens de variation de la fonction inverse comparer sans les calculer les nombres :

- $\frac{1}{5}$ et $\frac{1}{3}$;
- $-\frac{1}{17}$ et $\frac{1}{-6}$.

[Vers la correction](#)

Épisode 5 – La gestion des données, les probabilités et les statistiques dans tous leurs états

- ❶ Un professeur de mathématiques féru de statistiques explore la planète « Questions ». Les habitants de cette planète sont les « heu » ou les « heumm ». Il y a des habitants orange ou vert.
- Sur un échantillon de 560 habitants, 35 % sont des « heumm », 55 % sont des oranges et parmi eux, 167 sont des « heu ».

	Oranges	Verts	Total
« heu »			
« heumm »			
Total			

- a) Recopier et compléter le tableau des effectifs ci-contre.
- b) La proportion d'habitants « heumm » est-elle plus importante chez les oranges ou les verts ?

[Vers la correction](#)

- ❷ Dans un lycée 98 % des élèves passent en première et parmi eux 79 % passent en première générale.
- Quelle proportion des élèves du lycée passent en première générale ? On donnera aussi la réponse en pourcentage.

[Vers la correction](#)

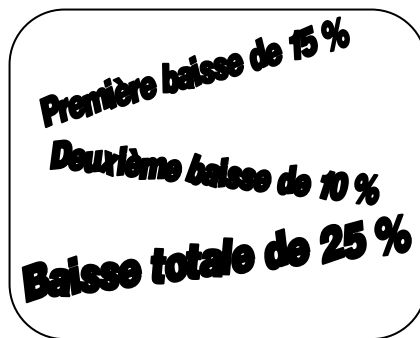
- ❸ Un site internet d'exercices de mathématiques aléatoires possédait 12 800 abonnés en 2024.
- Fin 2025 le nombre d'abonnés était de 12 950.

- a) Quelles sont les variations annuelles absolue et relative du nombre d'abonnés entre 2024 et 2025 ?
- b) Les créateurs espèrent entre 2025 et 2026 une hausse de 2 % du nombre d'abonnés.
- Combien peut-on espérer d'abonnés fin 2026 ?
- c) Malheureusement pour le site internet à cause d'un problème technique en début d'année le nombre d'abonnés entre 2025 et 2026 va diminuer de 4 %. Quel sera le nombre d'abonnés fin 2026 ?

[Vers la correction](#)

- ❹ Lors des soldes j'ai aperçu l'étiquette ci-contre :

Est-elle correcte ? Justifier.



[Vers la correction](#)

- ❺ De 2016 à 2026 le prix moyen du super sans plomb a augmenté de 26 %.
- Quelle baisse doit-il y avoir pour qu'il retrouve son prix de 2016 ?

[Vers la correction](#)

- ❻ Un hypermarché envisage de faire une publicité comparative concernant le pain et plus particulièrement les baguettes de 250 g vendues dans son magasin et celui d'un concurrent. Pour ce faire il mandate un huissier de justice qui va acheter des baguettes de manière aléatoire tout au long de la journée et va peser chaque baguette.

Les résultats du concurrent sont résumés dans le tableau ci-dessous :

Masse (en g)	240	242	243	248	249	250	251	252	253
Effectifs	2	20	15	12	17	17	7	8	3

- a) Calculer, en justifiant soigneusement votre réponse, la médiane et l'écart interquartile de cette série et interpréter vos résultats.
- b) En utilisant la calculatrice, donner la moyenne et l'écart type de cette série.
- c) La capture d'écran ci-contre résume les résultats des baguettes de l'hypermarché

Quels sont les arguments qui pourront être utilisés par l'hypermarché dans son affiche ?

Données		Graphique	Stats
			V1/N1
Effectif total	n		100
Minimum	Min		246
Maximum	Max		253
Etendue	E		7
Moyenne	\bar{x}		249.56
Ecart type	σ		1.930389
Variance	σ^2		3.7264
Premier quartile	Q1		248
Troisième quartile	Q3		251
Médiane	Med		250
Ecart interquartile	EI		3

[Vers la correction](#)

- 7 Une campagne de prévention routière s'intéresse aux défauts constatés sur le freinage et sur l'éclairage de 400 véhicules.
- 60 véhicules présentent un défaut (F) de freinage.
 - 140 véhicules présentent un défaut (E) d'éclairage.
 - 245 véhicules ne présentent aucun défaut.

On choisit au hasard un véhicule. En vous aidant d'un diagramme déterminer la probabilité que le véhicule ait les deux défauts.

[Vers la correction](#)

- 8 Un magasin brade 500 fleurs : des tulipes et des roses.

Elles sont blanches, violettes ou jaunes.

25 % sont des roses, 30 % sont des fleurs blanches.

Sur les 250 fleurs violettes, il y a 20 % de roses.

30 % des fleurs blanches sont des roses.

a) Recopier et compléter le tableau ci-contre :

b) On choisit une fleur au hasard parmi ces 500 fleurs.

Calculer la probabilité des événements suivants :

A_1 : « obtenir une rose blanche » ;

A_2 : « obtenir une fleur jaune » ;

A_3 : « obtenir une tulipe » ;

c) Calculer la probabilité des événements suivants $\overline{A_1}$ et $A_2 \cup A_3$.

d) On choisit au hasard une fleur blanche. Quelle est la probabilité que ce soit une rose ?

	Blanche	Violette	Jaune	Total
Rose				
Tulipe				
Total				500

[Vers la correction](#)

- 9 Une expérience aléatoire consiste à enchaîner dans cet ordre :

- le lancer d'un dé cubique bien équilibré dont les faces sont numérotés $-3, -2, -1, 0, 1$ et 2 .
- le lancer d'un jeton bien équilibré dont les faces sont marquées 1 et 3 .

Le résultat de l'expérience est la somme des nombres indiqués par le dé et par le jeton

a) Illustrer cette expérience par un arbre des possibles et inscrire à l'extrémité de chaque branche le résultat final obtenu.

b) Calculer la probabilité des événements suivants :

A : « obtenir une somme paire » ;

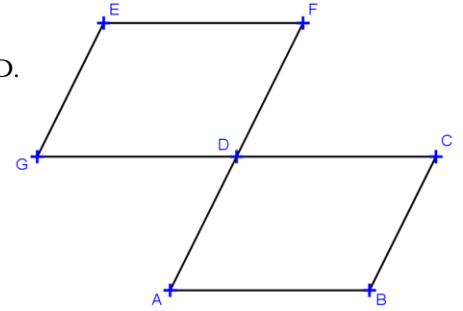
B : « obtenir une somme strictement positive » ;

C : « obtenir une somme nulle ».

[Vers la correction](#)

Épisode 6 – La géométrie, les vecteurs et les repères dans tous leurs états

- ❶ Dans la figure ci-contre ABCD et DFEG sont des parallélogrammes.
Les points F et G sont les symétriques respectifs des points A et C par rapport au point D.



- a) Donner, en justifiant, deux vecteurs égaux au vecteur \overrightarrow{AD} .
- b) Quel est le représentant d'origine G :
 - du vecteur \overrightarrow{DC} ?
 - du vecteur \overrightarrow{AD} ?
- c) Quel est le représentant d'extrémité E :
 - du vecteur \overrightarrow{BC} ?
 - du vecteur \overrightarrow{BA} ?

[Vers la correction](#)

- ❷ Soit un parallélogramme ABCD.

Construire les points M, N et O définis par : $\overrightarrow{BM} = \overrightarrow{CA}$, $\overrightarrow{CN} = \overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{DO} = \overrightarrow{BD}$.

[Vers la correction](#)

- ❸ Soit un parallélogramme ABCD.

On considère le point E tel que ABDE soit un parallélogramme.

- a) Faire une figure.
- b) Montrer que D est le milieu du segment [CE].

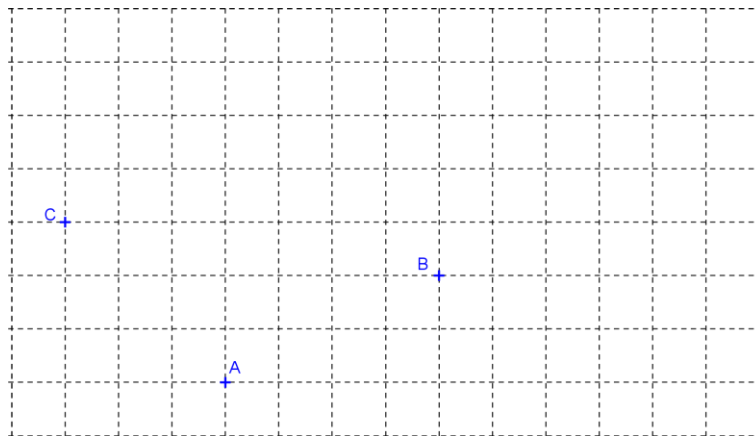
[Vers la correction](#)

- ❹ Dans le quadrillage ci-contre construire les points M, N et P tels que :

$$\overrightarrow{CM} = \overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC};$$

$$\overrightarrow{BN} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC};$$

$$\overrightarrow{PA} = -\frac{2}{3}\overrightarrow{AC} - \frac{3}{2}\overrightarrow{AB}.$$



[Vers la correction](#)

- ❺ Simplifier les expressions suivantes en détaillant les étapes :

$$\overrightarrow{EF} + \overrightarrow{GP} + \overrightarrow{FG}; \quad \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MT}; \quad \overrightarrow{KI} - \overrightarrow{KS} + \overrightarrow{IL}.$$

[Vers la correction](#)

- ❻ Exprimer le vecteur \overrightarrow{AB} en fonction du vecteur \overrightarrow{BC} dans les cas suivants :

- a) $\overrightarrow{BA} = 4\overrightarrow{CB}$;
- b) $3\overrightarrow{BA} - 2\overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{BC}$.

[Vers la correction](#)

- ❼ $(O; \vec{i}, \vec{j})$ est un repère orthonormé du plan.

Les questions suivantes sont indépendantes.

- a) On considère les vecteurs $\vec{u}(-7; 2)$ et $\vec{v}(3; -\frac{1}{2})$;

- Calculer les coordonnées du vecteur $3\vec{u} - 2\vec{v}$.
- Calculer la norme du vecteur \vec{u} .
- b) On considère les points $R(-4; 9)$ et $S(2; -6)$.

- Calculer les coordonnées du vecteur \overrightarrow{SR} .
- Calculer RS .
- Calculer les coordonnées du milieu M du segment [RS].

- c) On considère les points $E(-5; 2)$ et $P(1; -3)$. Calculer les coordonnées du point F tel que P soit le milieu du segment [EF].

[Vers la correction](#)

8 $(O; \vec{i}, \vec{j})$ est un repère orthonormé du plan.

On considère les points $A(-3;-1)$, $B(1;2)$, $C(-2;6)$ et $D(-6;3)$.

- Placer les points A, B, C et D.
- Démontrer que ABCD est un carré.

[Vers la correction](#)

9 $(O; \vec{i}, \vec{j})$ est un repère orthonormé du plan.

- Soit les points $A(-1;1)$, $B(1;2)$ et $E(4;3)$. Les points A, B et E sont-ils alignés ?
- Soit les points $C(3;-1)$, $D(-3;-3)$, $G(3;-5)$ et $F(15;-1)$. Les droites (CD) et (FG) sont-elles parallèles ?
- Soit les points $H(1;1)$, $I(7;-1)$ et $J(5;y)$. Calculer y pour que les points H, I et J soient alignés.
- On considère les points $M(-1;-2)$, $N(5;1)$, $R(4;-3)$ et $S(2;-4)$. Quelle est la nature du quadrilatère MNRS ?

[Vers la correction](#)

10 $(O; \vec{i}, \vec{j})$ est un repère orthonormé du plan. On considère les points $A(-3;-2)$, $B(-2;-1)$ et $C(4;1)$.

- Faire une figure que l'on complètera au fur et à mesure de l'exercice.
- Déterminer les coordonnées du point D tel que ABCD soit un parallélogramme.
- Démontrer que ABCD est un rectangle.
- Déterminer les coordonnées du point K milieu du segment [BC].
- Soit le point E tel que $\vec{AE} = 2\vec{AB}$. Démontrer que les coordonnées du point E sont $E(-1;-4)$.
- Les points D, K et E sont-ils alignés ?
- Soit le point $F(-5;-2)$. La droite (FE) est-elle tangente au cercle de centre K passant par E ?

[Vers la correction](#)

11 RST est un triangle rectangle en S. On donne $ST = 9$ cm et $\widehat{STR} = 37^\circ$.
On appelle H le projeté orthogonal de S sur la droite (RT).

Illustrer les données de l'énoncé par une figure à main levée et calculer RS, RT et TH à 10^{-2} près.

[Vers la correction](#)

12 $(O; \vec{i}, \vec{j})$ est un repère orthonormé du plan.

Les questions suivantes sont indépendantes.

- On considère les droites (d) et (d') d'équation cartésienne : (d) : $-3x + 5y - 6 = 0$ et (d') : $2x - \frac{10}{3}y + 9 = 0$.
 - Donner sans justification les coordonnées de \vec{u} et \vec{v} deux vecteurs directeurs de la droite (d).
 - Les points $A(-7;-3)$ et $B(2;\frac{5}{2})$ appartiennent-ils à la droite (d) ?
 - Donner les coordonnées d'un point C appartenant à la droite (d).
 - Un élève affirme que les droites (d) et (d') sont sécantes. A-t-il raison ?
- On considère les points $M(-2;5)$ et $N(5;-3)$. Donner une équation cartésienne de la droite (MN).

[Vers la correction](#)

13 Dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$ construire les droites d'équations réduites suivantes :

$$(d_1): y = \frac{1}{3}x - 2 ; \quad (d_2): y = -2 ; \quad (d_3): x = -1 ;$$

$$(d_4): y = 3 - x ; \quad (d_5): y = -\frac{3}{4}x + 2 ; \quad (d_6): y = \frac{2}{5}x .$$

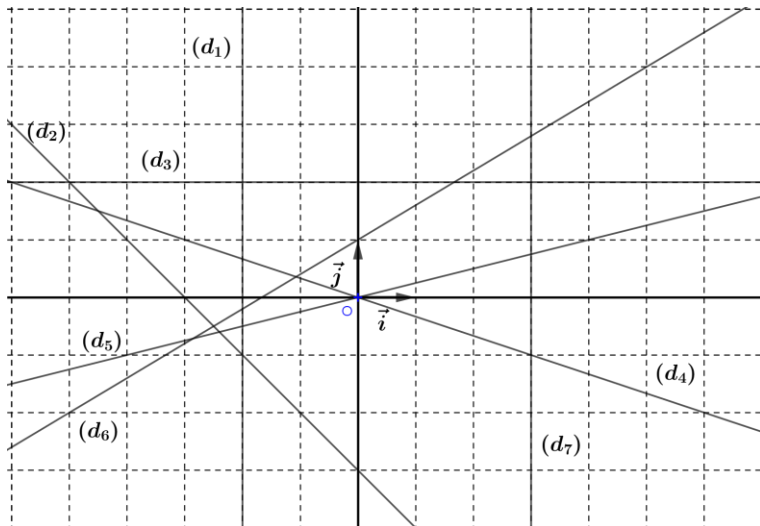
[Vers la correction](#)

❶❹ Dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$ on considère les points $A(-3;1)$, $B(-1;-2)$, $C(2;2)$, $D(7;-4)$ et $E(2;-6)$.

- Déterminer une équation réduite des droites (AB) et (CD) .
- Le point E appartient-il à la droite (AB) ?
- Les droites (AB) et (CD) sont-elles parallèles ?
- Déterminer une équation réduite de la droite (d) parallèle à la droite (AC) et passant par B .

[Vers la correction](#)

❶❺ Par lecture graphique donner les équations réduites des droites représentées ci-dessous :



[Vers la correction](#)

Épisode 7 – Python dans tous ses états

- ❶ On considère le script python ci-contre.
Quelle est la valeur renvoyée pour $f_1(2,-5)$?

[Vers la correction](#)

```
rad PYTHON
1 from math import *
2 def f1(a,b):
3     x=a+b
4     return x
```

- ❷ On considère le script python ci-contre.
Quelle est la valeur renvoyée pour $f_2(2,-5)$?

[Vers la correction](#)

```
rad PYTHON
1 from math import *
2 def f2(a,b):
3     c=a
4     a=b
5     b=c
6     c=a-b
7     return c
```

- ❸ On considère le script python ci-contre.
Quelle est la valeur renvoyée pour $f_3(2,5)$?

[Vers la correction](#)

```
rad PYTHON
1 from math import *
2 def f3(a,b):
3     if a==5:
4         return a-b
5     else:
6         return a+b
```

- ❹ Que fait le script python ci-contre ?

[Vers la correction](#)

```
rad PYTHON
1 from math import *
2 def mystere(p):
3     if p%13==0:
4         return True
5     else:
6         return False
```

- ❺ Quelle valeur est renvoyée par la fonction *seuil*() ?
On justifiera la réponse à l'aide d'un tableau et en donnant des valeurs à 10^{-2} près.

[Vers la correction](#)

```
rad PYTHON
1 from math import *
2 def seuil():
3     u=150
4     n=0
5     while u>110:
6         u=u*0.85+11
7         n=n+1
8     return n
```

- ❻ On considère le script python ci-dessous.
Quelle valeur est renvoyée par la fonction quand on tape dans la console ?

- a) $test(10)$; b) $test(-7)$;
c) $test(2)$; d) $test(6.5)$.

[Vers la correction](#)

```
rad PYTHON
1 from math import *
2 def test(x):
3     if x<=0:
4         return abs(x)
5     elif x>0 and x<5:
6         return sqrt(x)
7     elif x>=5 and x<10:
8         return x**3+2
9     else:
10        return 2*x
```

- 7 On a programmé une fonction `somme()` pour calculer le nombre $s = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \frac{1}{8} + \frac{1}{9} + \frac{1}{10}$.

a) Recopier et compléter le script ci-dessous.

```
rad PYTHON
1 from math import *
2 def somme():
3     s=...
4     for i in range(1,...):
5         s=...+...
6     return ...
```

- b) Écrire une fonction python `somme(n)` qui renvoie $s = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n}$.

[Vers la correction](#)

- 8 La capacité d'attention a d'un élève pendant le cours de mathématiques diminue de 4 % toutes les 2 minutes. On suppose qu'au début du cours sa capacité d'écoute et de concentration est à égale à 100 et que l'élève n'écoute plus le cours quand sa capacité d'attention a est inférieure ou égale à 50.

Parmi les fonctions python `attention()` ci-contre déterminer celle qui renvoie le nombre de minutes au bout duquel l'élève n'écoute plus le cours. Justifier votre réponse.

Fonction 1

Fonction 2

Fonction 3

```
rad PYTHON
1 from math import *
2 def attention():
3     m=0
4     a=100
5     while a==50:
6         m=m+1
7         a=a*0.96
8     return m*2
```

```
rad PYTHON
1 from math import *
2 def attention():
3     m=0
4     a=100
5     while a>50:
6         m=m+1
7         a=a*0.96
8     return m*2
```

```
rad PYTHON
1 from math import *
2 def attention():
3     m=0
4     a=100
5     while a<=50:
6         m=m+1
7         a=a*0.96
8     return m*2
```

[Vers la correction](#)

- 9 Une expérience aléatoire consiste à faire tourner une roue équilibrée partagée en quatre secteurs de tailles différentes.

On simule cette expérience à l'aide de la fonction ci-contre qui renvoie le numéro du secteur obtenu.

Quel secteur choisir pour avoir la plus grande chance de gagner ?

```
rad PYTHON
1 from math import *
2 from random import randint
3 def rouefortune():
4     s=randint(1,15)
5     if s<=4:
6         return "secteur 1"
7     elif s<=6:
8         return "secteur 2"
9     elif s<=12:
10        return "secteur 3"
11    else:
12        return "secteur 4"
```

[Vers la correction](#)

- 10 $n \in \mathbb{N}$.

- a) Écrire une fonction `somme1(n)` pour calculer la somme des n premiers nombres entiers naturels $s = 1 + 2 + \dots + n$.
 b) Écrire une fonction `somme2(n)` pour calculer la somme des n premiers nombres entiers pairs $s = 2 + 4 + \dots + 2n$.
 c) Écrire une fonction `somme3(n)` pour calculer la somme des n premiers nombres entiers impairs $s = 1 + 3 + \dots + 2n - 1$.

[Vers la correction](#)

- 11 Inventer une expérience aléatoire correspondant à la fonction ci-contre.

[Vers la correction](#)

```
rad PYTHON
1 from math import *
2 from random import randint
3 def jeu():
4     n1=randint(1,6)
5     if n1%2!=0:
6         n2=randint(0,1)
7         if n2==0:
8             resultat="gagne"
9         else:
10            resultat="perdu"
11    else:
12        n3=randint(1,6)
13        if n3%2==0:
14            resultat="gagne"
15        else:
16            resultat="perdu"
17    return resultat
```

Correction épisode 1 – Le calcul avec des nombres dans tous ses états

- ❶ a) L'inverse de 3 est -3 .

L'inverse de 3 est $\frac{1}{3}$. Affirmation FAUSSE.

- b) L'opposé du quart de 52 est 13.

L'opposé du quart de 52 est $-\frac{1}{4} \times 52 = -13$. Affirmation FAUSSE.

- c) Le double de l'inverse de $\frac{1}{6}$ est 3.

Le double de l'inverse de $\frac{1}{6}$ est $2 \times \frac{6}{1} = 12$. Affirmation FAUSSE.

[Retour vers l'épisode 1](#)

❷ $A = \frac{1}{4} - \frac{1}{6} = \frac{1 \times 3}{4 \times 3} - \frac{1 \times 2}{6 \times 2} = \frac{3}{12} - \frac{2}{12} = \frac{1}{12}$;

$B = \frac{63}{34} \times \frac{170}{21} = \frac{63 \times 170}{34 \times 21} = \frac{3 \times 3 \times 7 \times 2 \times 5 \times 17}{2 \times 17 \times 3 \times 7} = 15$;

$C = \frac{3}{4} + \frac{1}{4} \times \frac{8}{7} = \frac{3}{4} + \frac{1 \times 8}{4 \times 7} = \frac{3}{4} + \frac{1 \times 4 \times 2}{4 \times 7} = \frac{3}{4} + \frac{2}{7} = \frac{3 \times 7}{4 \times 7} + \frac{2 \times 4}{4 \times 7} = \frac{21}{28} + \frac{8}{28} = \frac{29}{28}$.

[Retour vers l'épisode 1](#)

- ❸ • $a \in \mathbb{Z}$ et $b \in \mathbb{Z}$;

Comme a est un multiple de 4 alors il existe $k \in \mathbb{Z}$ tel que $a = 4k$;

Comme b est un multiple de 4 alors il existe $k' \in \mathbb{Z}$ tel que $b = 4k'$;

$a \times b = 4k \times 4k' = 16kk' = 8 \times (2kk')$;

Comme $2kk' \in \mathbb{Z}$ alors ab est un multiple de 8.

L'élève a raison.

- Si la somme des chiffres d'un nombre vaut 18 alors ce nombre est divisible par 3 et par 9 et donc ne peut pas être premier.

L'élève a tort.

[Retour vers l'épisode 1](#)

❹ $A = \frac{3}{2} + \frac{5}{3} \times \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{2} \right) = \frac{3}{2} + \frac{5}{3} \times \left(\frac{1}{4} - \frac{2}{4} \right) = \frac{3}{2} + \frac{5}{3} \times \left(-\frac{1}{4} \right) = \frac{3}{2} - \frac{5}{12} = \frac{18}{12} - \frac{5}{12} = \frac{13}{12}$;

$B = 1 + \frac{1}{2 + \frac{3}{4 + \frac{5}{6}}} = 1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{\frac{24}{5} + \frac{5}{6}}} = 1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{\frac{29}{6}}} = 1 + \frac{1}{2 + 3 \times \frac{6}{29}} = 1 + \frac{1}{2 + \frac{18}{29}} = 1 + \frac{1}{\frac{58}{29} + \frac{18}{29}} = 1 + \frac{1}{\frac{76}{29}} = 1 + \frac{29}{76} = \frac{76}{76} + \frac{29}{76} = \frac{105}{76}$;

$A = \frac{3}{4} - \frac{7}{4} \times \left(\frac{1}{7} + \frac{1}{2} \right) = \frac{3}{4} - \frac{7}{4} \times \left(\frac{2}{14} + \frac{7}{14} \right) = \frac{3}{4} - \frac{7}{4} \times \frac{9}{14} = \frac{3}{4} - \frac{7 \times 9}{4 \times 14} = \frac{3}{4} - \frac{9}{8} = \frac{6}{8} - \frac{9}{8} = -\frac{3}{8}$;

$D = 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{2}{3}}} = 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{\frac{3}{3} + \frac{2}{3}}} = 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{\frac{5}{3}}} = 1 + \frac{1}{1 + \frac{3}{5}} = 1 + \frac{1}{\frac{5}{5} + \frac{3}{5}} = 1 + \frac{1}{\frac{8}{5}} = 1 + \frac{5}{8} = \frac{8}{8} + \frac{5}{8} = \frac{13}{8}$.

[Retour vers l'épisode 1](#)

❺ $\left| \frac{7}{8} \right| = \frac{7}{8}$;

$\sqrt{3} - 3 < 0 \Rightarrow |\sqrt{3} - 3| = -(\sqrt{3} - 3) = -\sqrt{3} + 3$;

$-\pi - 4 < 0 \Rightarrow |-\pi - 4| = -(-\pi - 4) = \pi + 4$

[Retour vers l'épisode 1](#)

6 a) $-\frac{8}{5}$ est un nombre entier relatif ;
 $-\frac{8}{5} = -\frac{16}{10} = -1,6$; Affirmation FAUSSE ; $-\frac{8}{5}$ est un nombre décimal.

b) $\frac{8,5}{7,5} \in \mathbb{Q}$;
 $\frac{8,5}{7,5} = \frac{85}{75} = \frac{17}{15}$;

Affirmation VRAIE.

c) $\mathbb{R} \subset \mathbb{Q}$;
 Affirmation FAUSSE ; $\mathbb{R} \not\subset \mathbb{Q}$ ou $\mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$.

d) π est un nombre irrationnel ;
 Affirmation VRAIE.

e) $1,414 = \sqrt{2}$;
 Affirmation FAUSSE ; $1,414 \approx \sqrt{2}$;

f) 0,175 est un nombre rationnel ;
 $0,175 = \frac{175}{1000} = \frac{7}{4}$;
 Affirmation VRAIE.

[Retour vers l'épisode 1](#)

7 a) $6 > 0 \Rightarrow -\sqrt{6}$ existe ; b) $-10^2 < 0 \Rightarrow \sqrt{-10^2}$ n'existe pas ;
 c) $-(-5)^2 < 0 \Rightarrow \sqrt{-(-5)^2}$ n'existe pas ; d) $(-3)^2 > 0 \Rightarrow \sqrt{(-3)^2}$ existe ;
 e) $5 > 0 \Rightarrow \sqrt{5} > 0 \Rightarrow \sqrt{\sqrt{5}}$ existe.

[Retour vers l'épisode 1](#)

8 a) $\sqrt{33} \times \sqrt{3} = \sqrt{3 \times 11} \times \sqrt{3} = \sqrt{3} \times \sqrt{11} \times \sqrt{3} = (\sqrt{3})^2 \times \sqrt{11} = 3\sqrt{11}$;
 b) $(4\sqrt{5})^2 = 4^2 \times (\sqrt{5})^2 = 16 \times 5 = 80$; c) $-4\sqrt{2} \times 6\sqrt{2} = -24 \times (\sqrt{2})^2 = -24 \times 2 = -48$;
 d) $\sqrt{\frac{98}{2}} = \sqrt{49} = 7$; e) $\sqrt{6} + \sqrt{11}$ (on ne peut pas simplifier).

[Retour vers l'épisode 1](#)

9 a) $6\sqrt{605} - 2\sqrt{80} - 3\sqrt{125} = 6\sqrt{121 \times 5} - 2\sqrt{16 \times 5} - 3\sqrt{25 \times 5} = 6\sqrt{121} \times \sqrt{5} - 2\sqrt{16} \times \sqrt{5} - 3\sqrt{25} \times \sqrt{5}$;
 $= 6 \times 11\sqrt{5} - 2 \times 4\sqrt{5} - 3 \times 5\sqrt{5} = 66\sqrt{5} - 8\sqrt{5} - 15\sqrt{5} = 43\sqrt{5}$.
 b) $3\sqrt{567} - 8\sqrt{63} - 6\sqrt{448} = 3\sqrt{81 \times 7} - 8\sqrt{9 \times 7} - 6\sqrt{64 \times 7} = 3\sqrt{81} \times \sqrt{7} - 8\sqrt{9} \times \sqrt{7} - 6\sqrt{64} \times \sqrt{7}$;
 $= 3 \times 9\sqrt{7} - 8 \times 3\sqrt{7} - 6 \times 8\sqrt{7} = 27\sqrt{7} - 24\sqrt{7} - 48\sqrt{7} = -45\sqrt{7}$.
 c) $8\sqrt{12} + 6\sqrt{75} - 6\sqrt{108} = 8\sqrt{4 \times 3} + 6\sqrt{25 \times 3} - 6\sqrt{36 \times 3} = 8\sqrt{4} \times \sqrt{3} + 6\sqrt{25} \times \sqrt{3} - 6\sqrt{36} \times \sqrt{3}$;
 $= 8 \times 2\sqrt{3} + 6 \times 5\sqrt{3} - 6 \times 6\sqrt{3} = 16\sqrt{3} + 30\sqrt{3} - 36\sqrt{3} = 10\sqrt{3}$.
 d) $-2\sqrt{40} + 5\sqrt{490} - 4\sqrt{640} = -2\sqrt{4 \times 10} + 5\sqrt{49 \times 10} - 4\sqrt{64 \times 10} = -2\sqrt{4} \times \sqrt{10} + 5\sqrt{49} \times \sqrt{10} - 4\sqrt{64} \times \sqrt{10}$;
 $= -2 \times 2\sqrt{10} + 5 \times 7\sqrt{10} - 4 \times 8\sqrt{10} = -4\sqrt{10} + 35\sqrt{10} - 32\sqrt{10} = -\sqrt{10}$;
 e) $4\sqrt{63} + 8\sqrt{343} - 4\sqrt{175} = 4\sqrt{9 \times 7} + 8\sqrt{49 \times 7} - 4\sqrt{25 \times 7} = 4\sqrt{9} \times \sqrt{7} + 8\sqrt{49} \times \sqrt{7} - 4\sqrt{25} \times \sqrt{7}$;
 $= 4 \times 3\sqrt{7} + 8 \times 7\sqrt{7} - 4 \times 5\sqrt{7} = 12\sqrt{7} + 56\sqrt{7} - 20\sqrt{7} = 48\sqrt{7}$.

[Retour vers l'épisode 1](#)

10 a) $\frac{3}{\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{(\sqrt{2})^2} = \frac{3\sqrt{2}}{2}$;
 b) $\frac{4\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \frac{4\sqrt{2} \times \sqrt{3}}{(\sqrt{3})^2} = \frac{4\sqrt{6}}{3}$.

[Retour vers l'épisode 1](#)

- 1 1** a) $7^{-8} \times 7 \times 7^{-4} = 7^{-8+1-4} = 7^{-11}$;
 b) $\frac{5^{-4} \times 5^{-2}}{25^2} = \frac{5^{-4+(-2)}}{(5^2)^2} = \frac{5^{-6}}{5^{2 \times 2}} = \frac{5^{-6}}{5^4} = 5^{-6-4} = 5^{-10}$;
 c) $(-11)^{-11} \times (-2)^{-11} = (-11 \times (-2))^{-11} = 22^{-11}$;
 d) $\frac{9^6 \times 9^3}{(2^3)^3} = \frac{9^{6+3}}{2^{3 \times 3}} = \frac{9^9}{2^9} = \left(\frac{9}{2}\right)^9$.

[Retour vers l'épisode 1](#)

- 1 2** $I =]-\infty; -\sqrt{2}[$, $J = [-2; 4[$ et $K =]-1; 9]$.
 $I \cap J = [-2; -\sqrt{2}[$; $I \cup J =]-\infty; 4[$;
 $I \cap K = \emptyset$; $I \cup K =]-\infty; -\sqrt{2}[\cup]-1; 9]$;
 $J \cap K =]-1; 4[$; $J \cup K = [-2; 9]$.

[Retour vers l'épisode 1](#)

- 1 3** $1 < \sqrt{2} < 2$;
 a) Le plus grand entier relatif n'appartenant pas à l'intervalle $[\sqrt{2}; +\infty[$ est 1.
 b) Le plus petit entier relatif appartenant à l'intervalle $[\sqrt{2}; +\infty[$ est 2.

[Retour vers l'épisode 1](#)

Correction épisode 2 - Le calcul avec des lettres dans tous ses états

① $f_1(x) = 3(x+5) = 3x+15$;
 $f_2(x) = (x-2) - (3x+4) = x-2-3x-4 = -2x-6$;
 $f_3(x) = (2x+7)(-3x-5) = -6x^2 - 10x - 21x - 35 = -6x^2 - 31x - 35$;
 $f_4(x) = (2x+2)^2 = (2x)^2 + 2 \times 2x \times 2 + 2^2 = 4x^2 + 8x + 4$;
 $f_5(x) = (2x+5)(2x-5) = (2x)^2 - 5^2 = 4x^2 - 25$;
 $f_6(x) = (3x-1)^2 = (3x)^2 - 2 \times 3x \times 1 + 1^2 = 9x^2 - 6x + 1$.
 $f_7(x) = (2x+1)(5x-2) - 3(x+2) = 10x^2 - 4x + 5x - 2 - 3x - 6 = 10x^2 - 2x - 8$;
 $f_8(x) = (5x+1)(1-5x) = 1^2 - (5x)^2 = 1 - 25x^2$.

[Retour vers l'épisode 2](#)

② $g_1(x) = 4x - 4 = 4(x-1)$;
 $g_2(x) = (x-2)(x+3) + (2x-1)(x-2) = (x-2)[(x+3) + (2x-1)] = (x-2)(x+3+2x-1) = (x-2)(3x+2)$;
 $g_3(x) = (4x-1)^2 - (4x-1) = (4x-1)[(4x-1)-1] = (4x-1)(4x-1-1) = (4x-1)(4x-2)$;
 $g_4(x) = 25x^2 - 64 = (5x)^2 - 8^2 = (5x+8)(5x-8)$;
 $g_5(x) = 4x^2 - 8x + 4 = (2x)^2 - 2 \times 2x \times 2 + 2^2 = (2x-2)^2$;
 $g_6(x) = (3x-1)(x-2) - (3x-1)(5x+3) = (3x-1)[(x-2) - (5x+3)] = (3x-1)(x-2-5x-3) = (3x-1)(-4x-5)$;
 $g_7(x) = 16x^2 + 8x + 1 = (4x)^2 + 2 \times 4x \times 1 + 1^2 = (4x+1)^2$.

[Retour vers l'épisode 2](#)

③ $f_1(x) = 3(x+2) + (x-1)(2x+1) = 3x+6 + (2x^2 + x - 2x - 1) = 3x+6 + 2x^2 - x - 1 = 2x^2 + 2x + 5$;
 $f_2(x) = (x-3)^2 + (2x+1)^2 = (x^2 - 6x + 9) + (4x^2 + 4x + 1) = x^2 - 6x + 9 + 4x^2 + 4x + 1 = 5x^2 - 2x + 10$.

[Retour vers l'épisode 2](#)

④ $g_1(x) = (4x-1)^2 - (3x+5)^2 = [(4x-1) + (3x+5)][(4x-1) - (3x+5)] = (4x-1+3x+5)(4x-1-3x-5) = (7x+4)(x-6)$;
 $g_2(x) = 3(x-2)(x+3) - (x-2)(2x+8) = (x-2)[3(x+3) - (2x+8)] = (x-2)(3x+9-2x-8) = (x-2)(x+1)$.

[Retour vers l'épisode 2](#)

⑤ $x \in [-\sqrt{2}; \sqrt{2}[\Leftrightarrow -\sqrt{2} \leq x < \sqrt{2}$; $y \in]-\infty; \frac{5}{7}[\Leftrightarrow x < \frac{5}{7}$;
 $z \in [-9; +\infty[\Leftrightarrow z \geq -9$; $a \in]-\pi; 9] \Leftrightarrow -\pi < a \leq 9$;
 $b \in \left[-5; \frac{11}{2}\right] \Leftrightarrow -5 \leq b \leq \frac{11}{2}$; $c \in]-9; \pi[\Leftrightarrow -9 < c < \pi$;
 $d \in \left]-\frac{11}{4}; +\infty\right[\Leftrightarrow d > -\frac{11}{4}$; $e \in]-\infty; \sqrt{7}] \Leftrightarrow e \leq \sqrt{7}$.

[Retour vers l'épisode 2](#)

⑥ $x > -\sqrt{2} \Leftrightarrow x \in]-\sqrt{2}; +\infty[$; $-\pi < y \leq 3\pi \Leftrightarrow y \in]-\pi; 3\pi]$;
 $z \leq -\sqrt{2} \Leftrightarrow z \in]-\infty; -\sqrt{2}]$; $a \geq -\frac{2}{5} \Leftrightarrow a \in \left[-\frac{2}{5}; +\infty\right[$;
 $-8 \leq b < \sqrt{2} \Leftrightarrow b \in [-8; \sqrt{2}[$; $c < \frac{11}{2} \Leftrightarrow c \in]-\infty; \frac{11}{2}[$;
 $-5 \leq d \leq \frac{7}{5} \Leftrightarrow d \in \left[-5; \frac{7}{5}\right]$; $-7 < e < -\frac{3}{4} \Leftrightarrow e \in \left]-7; -\frac{3}{4}\right[$.

[Retour vers l'épisode 2](#)

⑦ $x^5 \times x \times \frac{1}{x^8} = x^{5+1} \times x^{-8} = x^{5+1-8} = x^{-2}$;
 $\frac{(x^4)^{-3} \times x^{-2}}{x^5} = \frac{x^{4 \times (-3)} \times x^{-2}}{x^5} = \frac{x^{-12} \times x^{-2}}{x^5} = \frac{x^{-12+(-2)}}{x^5} = \frac{x^{-14}}{x^5} = x^{-14-5} = x^{-19}$.

[Retour vers l'épisode 2](#)

Correction épisode 3 – Les équations et les inéquations dans tous leurs états

❶ a) $7x-1=0 \Leftrightarrow x=\frac{1}{7}$;

b) $2x+5=4x-1 \Leftrightarrow 2x-4x=-1-5 \Leftrightarrow -2x=-6 \Leftrightarrow x=3$;

c) $(3x+5)(-5x-2)=0 \Leftrightarrow 3x+5=0$ ou $-5x-2=0 \Leftrightarrow x=-\frac{5}{3}$ ou $x=-\frac{2}{5}$;

d) $9x^2=64 \Leftrightarrow (3x)^2-8^2=0 \Leftrightarrow (3x+8)(3x-8)=0 \Leftrightarrow 3x+8=0$ ou $3x-8=0 \Leftrightarrow x=-\frac{8}{3}$ ou $x=\frac{8}{3}$.

[Retour vers l'épisode 3](#)

❷ a) $-7x-8=0 \Leftrightarrow x=-\frac{8}{7}$;

b) $(5x-1)(3x+5)=0 \Leftrightarrow 5x-1=0$ ou $3x+5=0 \Leftrightarrow x=\frac{1}{5}$ ou $x=-\frac{5}{3}$;

c) $(x-3)^2-25=0 \Leftrightarrow (x-3)^2-5^2=0 \Leftrightarrow [(x-3)+5][(x-3)-5]=0 \Leftrightarrow (x+2)(x-8)=0$;

$(x-3)^2-25=0 \Leftrightarrow x+2=0$ ou $x-8=0 \Leftrightarrow x=-2$ ou $x=8$.

[Retour vers l'épisode 3](#)

❸ a) $|x-9|\leq 0,5 \Leftrightarrow x\in[9-0,5;9+0,5] \Leftrightarrow x\in[8,5;9,5]$;

b) $|x+3|\leq 9 \Leftrightarrow |x-(-3)|\leq 9 \Leftrightarrow x\in[-3-9;-3+9] \Leftrightarrow x\in[-12;6]$.

[Retour vers l'épisode 3](#)

❹ $\frac{-6+2}{2}=-2$; $x\in[-6;2] \Leftrightarrow x\in[-2-4;-2+4] \Leftrightarrow |x-(-2)|\leq 4 \Leftrightarrow |x+2|\leq 4$.

[Retour vers l'épisode 3](#)

❺ a) $|x+5|=8 \Leftrightarrow x+5=-8$ ou $x+5=8 \Leftrightarrow x=-13$ ou $x=3$;

b) $|x-6|=-1$; Pour tout $x\in\mathbb{R}$, on a : $|x-6|\geq 0$ et $-1<0$; l'équation n'a pas de solution.

[Retour vers l'épisode 3](#)

❻ a) $\frac{1}{2}x+3=0 \Leftrightarrow \frac{1}{2}x=-3 \Leftrightarrow x=-3\times\frac{2}{1} \Leftrightarrow x=-6$;

b) $\left(\frac{1}{3}x-2\right)\left(\frac{1}{4}x+\frac{1}{3}\right)=0 \Leftrightarrow \frac{1}{3}x-2=0$ ou $\frac{1}{4}x+\frac{1}{3}=0 \Leftrightarrow \frac{1}{3}x=2$ ou $\frac{1}{4}x=-\frac{1}{3}$;

$\Leftrightarrow x=2\times\frac{3}{1}$ ou $x=-\frac{1}{3}\times\frac{4}{1} \Leftrightarrow x=6$ ou $x=-\frac{4}{3}$

c) $(3x-2)^2-(5x-1)^2=0 \Leftrightarrow [(3x-2)+(5x-1)][(3x-2)-(5x-1)]=0 \Leftrightarrow (3x-2+5x-1)(3x-2-5x+1)=0$;

$\Leftrightarrow (8x-3)(-2x-1)=0 \Leftrightarrow 8x-3=0$ ou $-2x-1=0 \Leftrightarrow x=\frac{3}{8}$ ou $x=-\frac{1}{2}$.

d) $|x-5|=\frac{1}{2} \Leftrightarrow x-5=-\frac{1}{2}$ ou $x-5=\frac{1}{2} \Leftrightarrow x=-\frac{1}{2}+5$ ou $x=\frac{1}{2}+5 \Leftrightarrow x=\frac{9}{2}$ ou $x=\frac{11}{2}$;

e) $(x-5)(3x+1)-(3x+1)(2x+6)=0 \Leftrightarrow (3x+1)[(x-5)-(2x+6)]=0 \Leftrightarrow (3x+1)(x-5-2x-6)=0$;

$\Leftrightarrow (3x+1)(-x-11)=0 \Leftrightarrow 3x+1=0$ ou $-x-11=0 \Leftrightarrow x=-\frac{1}{3}$ ou $x=-11$;

f) $3x-5\leq 0 \Leftrightarrow x\leq\frac{5}{3} \Leftrightarrow x\in\left]-\infty;\frac{5}{3}\right]$;

g) $3x+2>5x-4 \Leftrightarrow 3x-5x>-4-2 \Leftrightarrow -2x>-6 \Leftrightarrow x<3 \Leftrightarrow x\in\left]-\infty;3\right[$;

h) $2(x-1)+3<5x-7 \Leftrightarrow 2x-2+3<5x-7 \Leftrightarrow 2x-5x<-7+2-3 \Leftrightarrow -3x<-8 \Leftrightarrow x>\frac{8}{3} \Leftrightarrow x\in\left[\frac{8}{3};+\infty\right[$.

[Retour vers l'épisode 3](#)

❼ a) $(3x-1)(-2x-1)=0 \Leftrightarrow 3x-1=0$ ou $-2x-1=0 \Leftrightarrow x=\frac{1}{3}$ ou $x=-\frac{1}{2}$;

b) $5(x-1)-3(2x+1)>3x-8 \Leftrightarrow 5x-5-6x-3>3x-8 \Leftrightarrow -x-3x>-8+8$;

$\Leftrightarrow -4x>0 \Leftrightarrow x<0 \Leftrightarrow x\in\left]-\infty;0\right[$

c) $36x^2=9 \Leftrightarrow (6x)^2-3^2=0 \Leftrightarrow (6x+3)(6x-3)=0 \Leftrightarrow 6x+3=0$ ou $6x-3=0 \Leftrightarrow x=-\frac{1}{2}$ ou $x=\frac{1}{2}$.

[Retour vers l'épisode 3](#)

8 a) $3t+5=0 \Leftrightarrow t=-\frac{5}{3}$;

b) $(3t-1)(5-2t)=0 \Leftrightarrow 3t-1=0$ ou $5-2t=0 \Leftrightarrow t=\frac{1}{3}$ ou $t=\frac{5}{2}$;

c) $36t^2-25=0 \Leftrightarrow (6t)^2-5^2=0 \Leftrightarrow (6t+5)(6t-5)=0 \Leftrightarrow 6t+5=0$ ou $6t-5=0 \Leftrightarrow t=-\frac{5}{6}$ ou $t=\frac{5}{6}$.

[Retour vers l'épisode 3](#)

9 a) $(5x-1)(-3x-2) \leq 0$;

On a le tableau de signes suivant :

x	$-\infty$	$-\frac{2}{3}$	$\frac{1}{5}$	$+\infty$
Signes de $5x-1$	-		\ominus	+
Signes de $-3x-2$	+	\ominus	-	-
Signes de $(3x+4)(-x+6)$	-	\ominus	+	\ominus

$(5x-1)(-3x-2) \leq 0 \Leftrightarrow x \in]-\infty; -\frac{2}{3}] \cup [\frac{1}{5}; +\infty[$.

b) $(3x-5)(-2x+1) - (-2x+1)(2x+1) \geq 0 \Leftrightarrow (-2x+1)[(3x-5)-(2x+1)] \geq 0 \Leftrightarrow (-2x+1)(x-6) \geq 0$;

On a le tableau de signes suivant :

x	$-\infty$	$\frac{1}{2}$	6	$+\infty$
Signes de $-2x+1$	+	\ominus	-	-
Signes de $x-6$	-	-	\ominus	+
Signes de $(-2x+1)(x-6)$	-	\ominus	+	\ominus

$(3x-5)(-2x+1) - (-2x+1)(2x+1) \geq 0 \Leftrightarrow (-2x+1)(x-6) \geq 0 \Leftrightarrow x \in [\frac{1}{2}; 6]$.

c) $(5x-1)^2 < (7x-4)^2 \Leftrightarrow (5x-1)^2 - (7x-4)^2 < 0 \Leftrightarrow [(5x-1)+(7x-4)][(5x-1)-(7x-4)] < 0$;
 $\Leftrightarrow (5x-1+7x-4)(5x-1-7x+4) < 0 \Leftrightarrow (12x-5)(-2x+3) < 0$;

On a le tableau de signes suivant :

x	$-\infty$	$\frac{5}{12}$	$\frac{3}{2}$	$+\infty$
Signes de $12x-5$	-	\ominus	+	+
Signes de $-2x+3$	+	+	\ominus	-
Signes de $(12x-5)(-2x+3)$	-	\ominus	+	\ominus

$(5x-1)^2 < (7x-4)^2 \Leftrightarrow (12x-5)(-2x+3) < 0 \Leftrightarrow x \in]-\infty; \frac{5}{12}] \cup [\frac{3}{2}; +\infty[$.

[Retour vers l'épisode 3](#)

10 a) $3x-1 < 0 \Leftrightarrow 3x < 1 \Leftrightarrow x < \frac{1}{3} \Leftrightarrow x \in]-\infty; \frac{1}{3}[$;

b) $7x+2 \leq 8x-5 \Leftrightarrow 7x-8x \leq -5-2 \Leftrightarrow -x \leq -7 \Leftrightarrow x \geq 7 \Leftrightarrow x \in [7; +\infty[$;

c) $-5x-4 > 2x-3 \Leftrightarrow -5x-2x > -3+4 \Leftrightarrow -7x > 1 \Leftrightarrow x < -\frac{1}{7} \Leftrightarrow x \in]-\infty; -\frac{1}{7}[$;

d) $(5x-1)(-3x+2) \leq 0$;

On a le tableau des signes ci-contre :

x	$-\infty$	$\frac{1}{5}$	$\frac{2}{3}$	$+\infty$
Signes de $5x-1$	-	\ominus	+	+
Signes de $-3x+2$	+	+	\ominus	-
Signes de $(5x-1)(-3x+2)$	-	\ominus	+	\ominus

$(5x-1)(-3x+2) \leq 0 \Leftrightarrow x \in]-\infty; \frac{1}{5}] \cup [\frac{2}{3}; +\infty[$.

[Retour vers l'épisode 3](#)

11 Pour tout $x \in \mathbb{R}^*$, on a :

a) $\frac{1}{x} = -5 \Leftrightarrow x = -\frac{1}{5}$; b) $\frac{3}{x} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{1}{x} = \frac{1}{6} \Leftrightarrow x = 6$;

c) $\frac{5}{x} + 3 = \frac{7}{x} - 2 \Leftrightarrow \frac{5}{x} - \frac{7}{x} = -2 - 3 \Leftrightarrow -\frac{2}{x} = -5 \Leftrightarrow \frac{1}{x} = \frac{5}{2} \Leftrightarrow x = \frac{2}{5}$.

[Retour vers l'épisode 3](#)

12 a) $\frac{3x+2}{-2x-5} \leq 0$; on a comme condition $-2x-5 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq -\frac{5}{2}$;

On a le tableau des signes ci-contre :

$$\frac{3x+2}{-2x-5} \leq 0 \Leftrightarrow x \in \left] -\frac{5}{2}; -\frac{2}{3} \right]$$

b) $\frac{-5x+4}{2x-3} > 2$; on a comme condition $2x-3 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{3}{2}$;

Pour tout $x \in \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{3}{2} \right\}$, on a :

$$\begin{aligned} \frac{-5x+4}{2x-3} > 2 &\Leftrightarrow \frac{-5x+4}{2x-3} - 2 > 0 \Leftrightarrow \frac{-5x+4 - 2(2x-3)}{2x-3} > 0 \Leftrightarrow \frac{-5x+4-2(2x-3)}{2x-3} > 0 ; \\ &\Leftrightarrow \frac{-5x+4-4x+6}{2x-3} > 0 \Leftrightarrow \frac{-9x+10}{2x-3} > 0 ; \end{aligned}$$

On a le tableau des signes ci-contre :

$$\frac{-5x+4}{2x-3} > 2 \Leftrightarrow \frac{-9x+10}{2x-3} > 0 \Leftrightarrow x \in \left] \frac{10}{9}; \frac{3}{2} \right[.$$

x	$-\infty$	$\frac{10}{9}$	$\frac{3}{2}$	$+\infty$
Signes de $-9x+10$	+	\ominus	-	-
Signes de $2x-3$	-	-	\ominus	+
Signes de $\frac{-9x+10}{2x-3}$	-	\ominus	+	-

[Retour vers l'épisode 3](#)

13 Pour tout $x \in [0; +\infty[$, on a :

a) $3\sqrt{x} = 5 \Leftrightarrow \sqrt{x} = \frac{5}{3} \Leftrightarrow x = \frac{25}{9}$;

b) $-2\sqrt{x} + 4 = 2\sqrt{x} - 4 \Leftrightarrow -2\sqrt{x} - 2\sqrt{x} = -4 - 4 \Leftrightarrow -4\sqrt{x} = -8 \Leftrightarrow \sqrt{x} = 2 \Leftrightarrow x = 4$;

c) $5\sqrt{x} > 3 \Leftrightarrow \sqrt{x} > \frac{3}{5} \Leftrightarrow x \in \left] \frac{9}{25}; +\infty \right[$;

d) $2\sqrt{x} + 5 \leq 4 \Leftrightarrow 2\sqrt{x} \leq -1$;

Pour tout $x \in [0; +\infty[$, on a : $\sqrt{x} \geq 0$; $-1 < 0 \Rightarrow$ l'inéquation $2\sqrt{x} + 5 \leq 4$ n'a pas de solution dans $[0; +\infty[$.

e) $3\sqrt{x} + 1 \geq 2\sqrt{x} + 5 \Leftrightarrow 3\sqrt{x} - 2\sqrt{x} \geq 5 - 1 \Leftrightarrow \sqrt{x} \geq 4 \Leftrightarrow x \in [16; +\infty[$.

[Retour vers l'épisode 3](#)

14 a) $\begin{cases} 2x-5y=2 \\ -x+4y=-3 \end{cases}$; $2 \times 4 - (-5) \times (-1) = 8 - 5 = -3 \neq 0$; le système a une solution unique ;

$$\begin{cases} 2x-5y=2 \\ -x+4y=-3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-5y=2 \\ -x=-4y-3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-5y=2 \\ x=4y+3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2(4y+3)-5y=2 \\ x=4y+3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 8y+6-5y=2 \\ x=4y+3 \end{cases} ;$$

$$\begin{cases} 3y=-4 \\ x=4y+3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-5y=2 \\ -x+4y=-3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=-\frac{4}{3} \\ x=4 \times \left(-\frac{4}{3}\right) + 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=-\frac{4}{3} \\ x=-\frac{16}{3} + 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=-\frac{4}{3} \\ x=-\frac{7}{3} \end{cases}.$$

Vérification : $2 \times \left(-\frac{7}{3}\right) - 5 \times \left(-\frac{4}{3}\right) = -\frac{14}{3} + \frac{20}{3} = \frac{6}{3} = 2$ et $-\left(-\frac{7}{3}\right) + 4 \times \left(-\frac{4}{3}\right) = \frac{7}{3} - \frac{16}{3} = -\frac{9}{3} = -3$;

Le couple $\left(-\frac{7}{3}; -\frac{4}{3}\right)$ est la solution du système ;

[Retour vers l'épisode 3](#)

b)
$$\begin{cases} -2x+3y=5 \\ x-\frac{3}{2}y=-6 \end{cases}; \quad -2 \times \left(-\frac{3}{2}\right) - 3 \times 1 = 3 - 3 = 0; \quad \text{le système a une infinité de solutions ou aucune solution};$$

$$\begin{cases} -2x+3y=5 \\ x-\frac{3}{2}y=-6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2x+3y=5 \\ -2x+3y=12 \end{cases}; \quad \text{le système n'a aucune solution.}$$

[Retour vers l'épisode 3](#)

c)
$$\begin{cases} -2x-5y=-14 \\ 5x-3y=4 \end{cases}; \quad -2 \times (-3) - (-5) \times 5 = 6 + 25 = 31 \neq 0; \quad \text{le système a une solution unique};$$

$$\begin{cases} -2x-5y=-14 \\ 5x-3y=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -10x-25y=-70 \\ 10x-6y=8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -31y=-62 \\ 10x-6y=8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=\frac{-62}{-31}=2 \\ 10x-6y=8 \end{cases};$$

$$\begin{cases} -2x-5y=-14 \\ 5x-3y=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=2 \\ 10x-6 \times 2=8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=2 \\ 10x=20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=2 \\ x=2 \end{cases};$$

Vérification: $-2 \times 2 - 5 \times 2 = -4 - 10 = -14$ et $5 \times 2 - 3 \times 2 = 10 - 6 = 4$;

Le couple $(2;2)$ est la solution du système.

d)
$$\begin{cases} -2x+5y=4 \\ \frac{4}{7}x-\frac{10}{7}y=-\frac{8}{7} \end{cases}; \quad -2 \times \left(-\frac{10}{7}\right) - 5 \times \frac{4}{7} = \frac{20}{7} - \frac{20}{7} = 0; \quad \text{le système a une infinité de solutions ou aucune solution};$$

$$\begin{cases} -2x+5y=4 \\ \frac{4}{7}x-\frac{10}{7}y=-\frac{8}{7} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2x+5y=4 \\ 4x-10y=-8 \end{cases}; \quad \text{le système a une infinité de solution.}$$

[Retour vers l'épisode 3](#)

15 $(x-y)^2 = x^2 - 2xy + y^2; \quad (x-y)^2 = 10^2 = 100; \quad xy = 7;$

On a donc $x^2 - 2xy + y^2 = 100$ et $xy = 7 \Rightarrow x^2 - 2 \times 7 + y^2 = 100 \Leftrightarrow x^2 + y^2 = 100 + 14 \Leftrightarrow x^2 + y^2 = 114.$

$(3x+5y)^2 = 9x^2 + 30xy + 25y^2; \quad (3x+5y)^2 = 6^2 = 36; \quad xy = -6;$

On a donc :

$9x^2 + 30xy + 25y^2 = 36$ et $xy = -6 \Rightarrow 9x^2 + 30 \times (-6) + 25y^2 = 36 \Rightarrow 9x^2 + 25y^2 = 36 + 180 \Rightarrow 9x^2 + 25y^2 = 216.$

[Retour vers l'épisode 3](#)

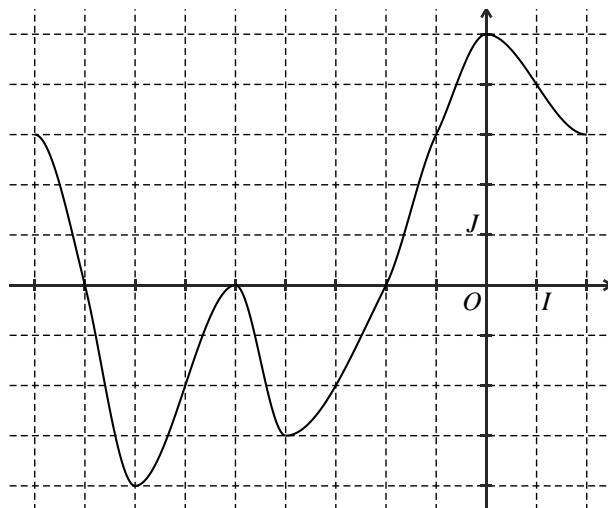
Épisode 4 – Les fonctions dans tous leurs états

❶ Par lecture graphique :

- a) La fonction f est définie sur $[-9;2]$.
- b) L'image par f de -6 est -2 ;
L'image par f de -2 est 0 ;
L'image par f de 1 est 4 .
- c) Les antécédents de 3 par f sont -9 , -1 et 2 ;
- d) -2 a quatre antécédents par f .
- e) On a le tableau de variations suivant :

x	-9	-7	-5	-4	0	2
Variations de f	3		0		5	3

(Arrows in the original image indicate: 3 to -4, -4 to 0, 0 to -3, -3 to 5, 5 to 3)



f) On a le tableau de signes suivant :

x	-9	-8	-5	-2	2
Signes de $f(x)$	+	⊖	-	⊖	+

- g) Sur $[-3;2]$, le maximum de f est 5 atteint pour $x = 0$ et le minimum de f est -2 atteint pour $x = -3$;
Sur $[-9;-4]$, le maximum de f est 3 atteint pour $x = -9$ et le minimum de f est -4 atteint pour $x = -7$.

[Retour vers l'épisode 4](#)

❷ a) g est croissante sur $[-2;0]$ et décroissante sur $[0;5]$;

La fonction g n'est pas monotone sur $[-2;5]$;

L'élève a tort.

- b) • $g(-3)$ et $g(-1)$;

$$-3 \in [-5;0] \text{ et } -1 \in [-5;0] ;$$

La fonction g est croissante sur $[-5;0]$; donc on a : $-3 \leq -1 \Rightarrow g(-3) \leq g(-1)$.

- $g(4)$ et $g(7)$;

La fonction g n'est pas monotone sur $[4;7]$; donc on ne peut pas comparer $g(4)$ et $g(7)$.

- $g(1)$ et $g(5)$;

$$1 \in [0;6] \text{ et } 5 \in [0;6] ;$$

La fonction g est décroissante sur $[0;6]$; donc on a : $1 \leq 5 \Rightarrow g(1) \geq g(5)$.

x	-5	0	6	+∞
Variations de g		7		5

(Arrows in the original image indicate: -∞ to 7, 7 to -2, -2 to 5)

[Retour vers l'épisode 4](#)

❸ a) f est définie sur \mathbb{R} par $f(x) = x^2$;

On a le tableau de variations suivant :

x	-∞	0	+∞
Variations de f	+∞	0	+∞

(Arrows in the original image indicate: +∞ to 0, 0 to +∞)

- b) $\pi - 7 \in]-\infty;0]$ et $\pi - 5 \in]-\infty;0]$;

La fonction carrée est décroissante sur $]-\infty;0]$;

$$\text{Donc on a : } \pi - 7 \leq \pi - 5 \Rightarrow (\pi - 7)^2 \geq (\pi - 5)^2.$$

- c) La fonction carrée n'est pas monotone sur $[-6;5]$;

Sur $[-6;5]$, son minimum est 0 et son maximum est $(-6)^2 = 36$;

$$\text{On a donc } x \in [-6;5] \Rightarrow x^2 \in [0;36].$$

[Retour vers l'épisode 4](#)

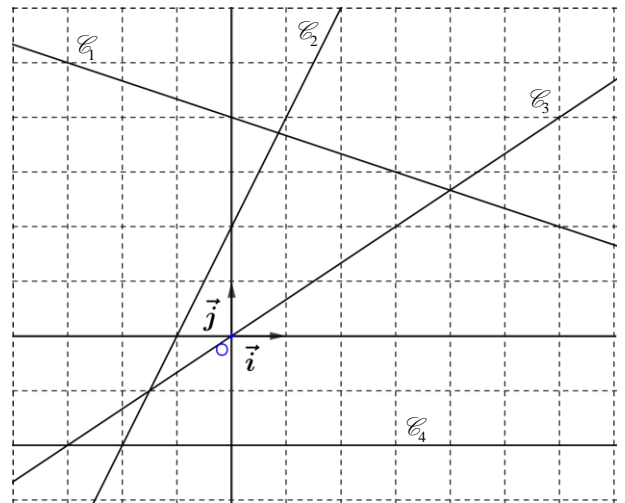
4 Par lecture graphique, on a :

$$f_1(x) = -\frac{1}{3}x + 4 ;$$

$$f_2(x) = 2x + 2 ;$$

$$f_3(x) = \frac{2}{3}x ;$$

$$f_4(x) = -2.$$



[Retour vers l'épisode 4](#)

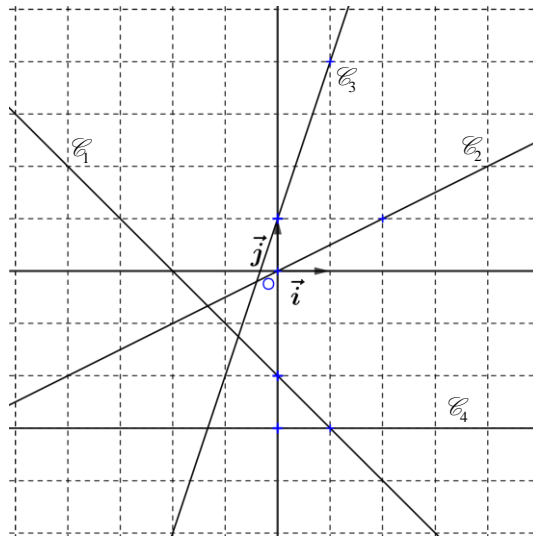
5 On a le graphique ci-contre :

$$f_1(x) = -x - 2 ;$$

$$f_2(x) = \frac{1}{2}x ;$$

$$f_3(x) = 3x + 1 ;$$

$$f_4(x) = -3.$$



[Retour vers l'épisode 4](#)

6 • $f(x) = -\frac{1}{3}x - 5$ définie sur \mathbb{R} ;

$-\frac{1}{3} < 0$; on a le tableau de variations et le tableau de signes suivants :

x	$-\infty$	-15	$+\infty$
Variations de f	$+\infty$	↘	$-\infty$

x	$-\infty$	-15	$+\infty$
Signes de $f(x)$	+	⊖	-

• $g(x) = 2x - 3$ définie sur \mathbb{R} ;

$2 > 0$; on a le tableau de variations et le tableau de signes suivants :

x	$-\infty$	$\frac{3}{2}$	$+\infty$
Variations de g	$-\infty$	↗	$+\infty$

x	$-\infty$	$\frac{3}{2}$	$+\infty$
Signes de $g(x)$	-	⊕	+

[Retour vers l'épisode 4](#)

7 Par lecture graphique :

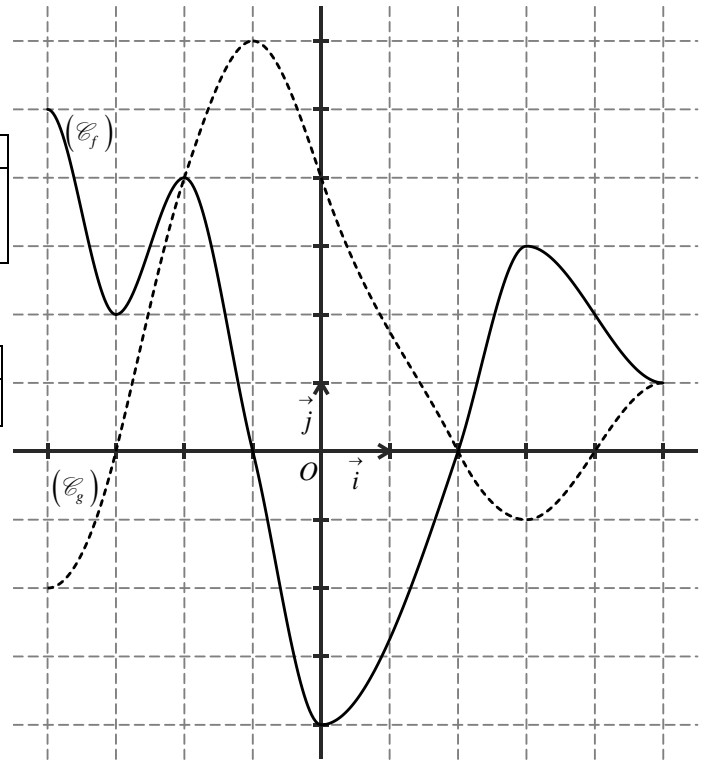
a) Les fonctions f et g sont définies sur $[-4;5]$.

b) On a le tableau de variations suivant :

x	-4	-3	-2	0	3	5					
Variations de f	5	↘	2	↗	4	↘	-4	↗	3	↘	1

c) On a le tableau de signes suivant :

x	-4	-3	2	4	5		
Signes de $g(x)$	-	⊖	+	⊕	-	⊖	+



d) Pour $x \in [-4;5]$, on a : $f(x) = g(x) \Leftrightarrow x = -2$ ou $x = 2$ ou $x = 5$.

e) Pour $x \in [-4;5]$, on a : $f(x) > g(x) \Leftrightarrow x \in [-4; -2[\cup]2; 5[$.

f) Pour $x \in [-4;5]$, on a : $f(x) \leq g(x) \Leftrightarrow x \in [-2; 2]$.

[Retour vers l'épisode 4](#)

8 a) La fonction inverse est définie sur \mathbb{R}^* par $f(x) = \frac{1}{x}$;

On a le tableau de variations suivant :

x	$-\infty$	0	$+\infty$				
Variations de f	0	↘	$-\infty$		$+\infty$	↘	0

b) La courbe représentative de la fonction inverse est une hyperbole.

[Retour vers l'épisode 4](#)

9 a) $\frac{1}{5}$ et $\frac{1}{3}$;

$5 \in]0; +\infty[$ et $3 \in]0; +\infty[$;

La fonction inverse est décroissante sur $]0; +\infty[$;

$$5 \geq 3 \Rightarrow \frac{1}{5} \leq \frac{1}{3}.$$

b) $-\frac{1}{17}$ et $\frac{1}{-6}$;

$-17 \in]-\infty; 0[$ et $-6 \in]-\infty; 0[$;

La fonction inverse est décroissante sur $] -\infty; 0[$;

$$-17 \leq -6 \Rightarrow -\frac{1}{17} \geq \frac{1}{-6}.$$

[Retour vers l'épisode 4](#)

Épisode 5 – La gestion des données, les probabilités et les statistiques dans tous leurs états

- ❶ a)

	Oranges	Verts	Total
« heu »	167	197	364
« heumm »	141	55	196
Total	308	252	560

 $560 \times \frac{35}{100} = 196$ font « heumm » ;
 $560 - 196 = 364$ font « heu » ;
 $560 \times \frac{55}{100} = 308$ oranges ; $560 - 308 = 252$ verts ;

167 oranges font « heu » ; $308 - 167 = 141$ oranges font « heumm » ;
 $364 - 167 = 197$ verts font « heu » ; $252 - 197 = 55$ verts font « heumm ».

- b) $\frac{141}{308} \approx 0,4577$; $\frac{55}{252} \approx 0,2182$

La proportion d'habitants « heumm » est plus importante chez les oranges.

[Retour vers l'épisode 5](#)

- ❷ $0,98 \times 0,79 = 0,7742$

La proportion des élèves du lycée qui passent en première générale est égale à $0,7742$ soit $77,42\%$.

- ❸ Un site internet d'exercices de mathématiques aléatoires possédait $12\,800$ abonnés en 2024.

Fin 2025 le nombre d'abonnés était de $12\,950$.

- a) La variation annuelle absolue du nombre d'abonnés entre 2024 et 2025 est égale à $12\,950 - 12\,800 = 150$;

Le nombre d'abonnés a augmenté de 150 entre 2024 et 2025.

La variation annuelle relative du nombre d'abonnés entre 2024 et 2025 est égale à $\frac{12\,950 - 12\,800}{12\,800} \approx 0,0117$;

Le nombre d'abonnés a augmenté d'environ $1,17\%$.

- b) $12\,950 \times \left(1 + \frac{2}{100}\right) = 12\,950 \times 1,02 = 13\,209$; On peut espérer $13\,209$ abonnés en 2026.

- c) $12\,950 \times \left(1 - \frac{4}{100}\right) = 12\,950 \times 0,96 = 12\,432$; Le nombre d'abonnés en 2026 sera de $12\,432$.

[Retour vers l'épisode 5](#)

- ❹ Baisse de 15% : coefficient multiplicateur $1 - \frac{15}{100}$;

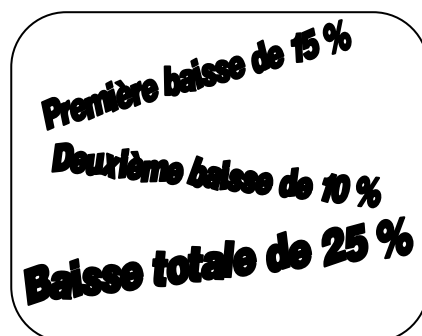
Baisse de 10% : coefficient multiplicateur $1 - \frac{10}{100}$;

Évolution globale : $\left(1 - \frac{15}{100}\right) \times \left(1 - \frac{10}{100}\right) = 0,85 \times 0,9 = 0,765$;

$0,765 - 1 = -0,235 = -\frac{23,5}{100}$;

Une baisse de 15% suivie d'une baisse de 10% correspond à une baisse globale de $23,5\%$.

L'affiche est fautive.



[Retour vers l'épisode 5](#)

- ❺ Augmentation de 26% : coefficient multiplicateur $1 + \frac{26}{100} = 1,26$;

Coefficient multiplicateur réciproque : $\frac{1}{1,26} \approx 0,7937$; $0,7937 - 1 = -0,2063 = -\frac{20,63}{100}$;

Pour retrouver sa valeur de 2016, le prix du super sans plomb doit baisser d'environ $20,63\%$.

[Retour vers l'épisode 5](#)

6

Poids (en g)	240	242	243	248	249	250	251	252	253
Effectifs	2	20	15	13	16	17	7	8	2
Effectifs cumulés croissants	2	22	37	50	66	83	90	98	100

a) L'effectif total est égal à 100

- $\frac{100}{2} = 50$ et $\frac{100}{2} + 1 = 51$;

La médiane de cette série est la moyenne de la 50^{ième} et de la 51^{ième} valeur dans l'ordre croissant ;

$$Me = \frac{248 + 249}{2} = 248,5 ; \quad \text{Le poids médian des baguettes du concurrent est de 248,5 g ;}$$

50 % des baguettes ont un poids inférieur ou égal à 248,5 g et 50 % des baguettes ont un poids supérieur ou égal à 248,5 g.

- $\frac{100}{4} = 25$;

Le 1^{er} quartile est la 25^{ième} valeur dans l'ordre croissant ; $Q_1 = 243$;

25 % des baguettes ont un poids inférieur ou égal à 243 g et 75 % des baguettes ont un poids supérieur ou égal à 243 g.

- $\frac{3 \times 100}{4} = 75$;

Le 3^{ième} quartile est la 75^{ième} valeur dans l'ordre croissant ; $Q_3 = 250$;

75 % des baguettes ont un poids inférieur ou égal à 250 g et 25 % des baguettes ont un poids supérieur ou égal à 250 g.

- L'écart interquartile est égal à $250 - 243 = 7$.

b) La calculatrice nous donne : $\bar{x} = 247,02$ et $\sigma \approx 3,81$.

c) • En moyenne nos baguettes pèsent 250 g alors que chez notre concurrent elle pèse 247 g

- $1,93 < 3,81$; le poids de nos baguettes est plus homogène alors que celui de notre concurrent est très dispersé.

Venez chez nous, on ne vous trompe pas sur le poids des baguettes.

Données		Graphique	Stats
			V1/N1
Effectif total	n		100
Minimum	Min		246
Maximum	Max		253
Etendue	E		7
Moyenne	\bar{x}		249.56
Ecart type	σ		1.930389
Variance	σ^2		3.7264
Premier quartile	Q1		248
Troisième quartile	Q3		251
Médiane	Med		250
Ecart interquartile	EI		3

[Retour vers l'épisode 5](#)

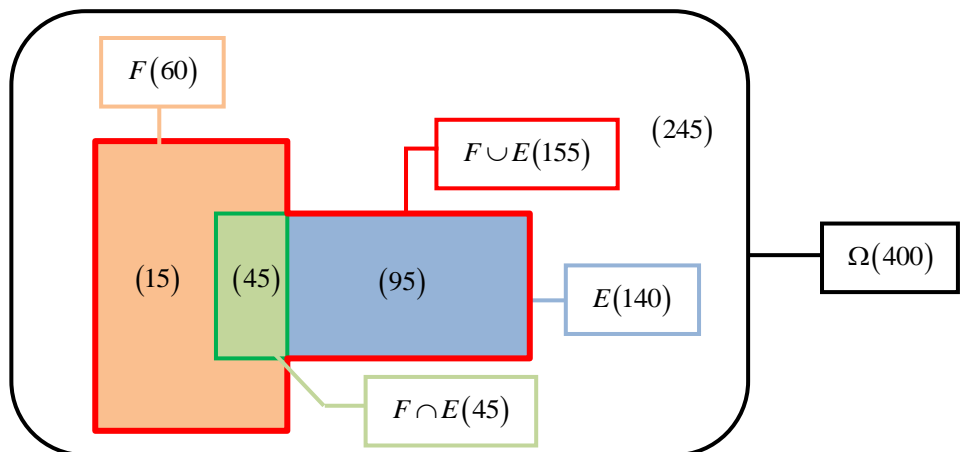
7 Caractéristiques constatés sur 400 véhicules.

- 60 véhicules présentent un défaut (F) de freinage.
- 140 véhicules présentent un défaut (E) d'éclairage.
- 245 véhicules ne présentent aucun défaut.

Les données de l'énoncé nous permettent de construire le diagramme de Venn ci-contre.

$$400 - 245 = 155 ; (F \cup E)$$

$$60 + 140 - 155 = 45 ; (F \cap E)$$



La probabilité que le véhicule ait les deux défauts est égale à $\frac{45}{400} = \frac{9}{80}$.

[Retour vers l'épisode 5](#)

③ a) Tableau complet ci-contre.

b) L'univers contient 500 issues possibles ;

- A_1 : « obtenir une rose blanche » ;

Il y a 45 roses blanches ; $p(A_1) = \frac{45}{500} = \frac{9}{100}$;

- A_2 : « obtenir une fleur jaune » ;

Il y a 100 fleurs jaunes ; $p(A_2) = \frac{100}{500} = \frac{1}{5}$;

- A_3 : « obtenir une tulipe » ; Il y a 375 tulipes ;

$p(A_3) = \frac{375}{500} = \frac{3}{4}$.

	Blanche	Violette	Jaune	Total
Rose	45	50	30	125
Tulipe	105	200	70	375
Total	150	250	100	500

d) $p(\overline{A_1}) = 1 - p(A_1) = 1 - \frac{9}{100} = \frac{91}{100}$; • Il y a 70 tulipes jaunes ; $p(A_2 \cap A_3) = \frac{70}{500} = \frac{7}{50}$;

$p(A_2 \cup A_3) = p(A_2) + p(A_3) - p(A_2 \cap A_3) = \frac{100}{500} + \frac{375}{500} - \frac{70}{500} = \frac{405}{500} = \frac{81}{100}$.

d) L'univers contient 150 issues possibles ; Il y a 45 roses blanches ;

La probabilité que la fleur blanche soit une rose est égale à $\frac{45}{150} = \frac{3}{10}$.

[Retour vers l'épisode 5](#)

- ⑨ • le lancer d'un dé cubique bien équilibré dont les faces sont numérotés $-3, -2, -1, 0, 1$ et 2 .
 • le lancer d'un jeton bien équilibré dont les faces sont marqués 1 et 3 .

a) On a l'arbre des possibles ci-contre.
 L'univers comporte 12 issues possibles.

b) A : « obtenir une somme paire » ;

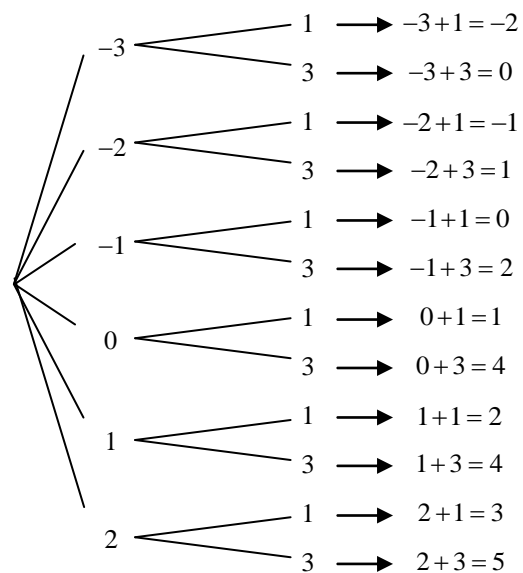
Il y a 7 sommes paires ; $p(A) = \frac{7}{12}$;

B : « obtenir une somme strictement positive » ;

Il y a 8 sommes strictement positive ; $p(B) = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$;

C : « obtenir une somme nulle ».

Il y a 2 sommes nulles ; $p(C) = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$.



[Retour vers l'épisode 5](#)

Épisode 6 – La géométrie et les vecteurs dans tous leurs états

❶ ABCD et DFEG sont des parallélogrammes.

F et G sont les symétriques respectifs des points A et C par rapport au point D.

a) ABCD est un parallélogramme $\Leftrightarrow \vec{AD} = \vec{BC}$;

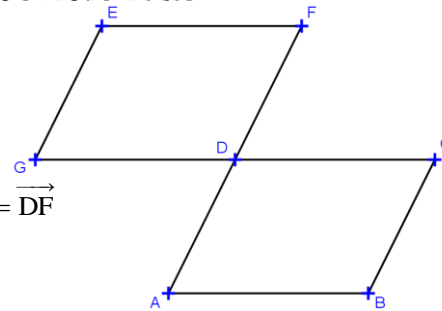
F est le symétrique de A par rapport à D \Leftrightarrow D est le milieu de [AF] $\Leftrightarrow \vec{AD} = \vec{DF}$

b) • Le représentant d'origine G du vecteur \vec{DC} est le vecteur \vec{GD} ;

• Le représentant d'origine G du vecteur \vec{AD} est le vecteur \vec{GE} .

c) • Le représentant d'extrémité E du vecteur \vec{BC} est le vecteur \vec{GE} ;

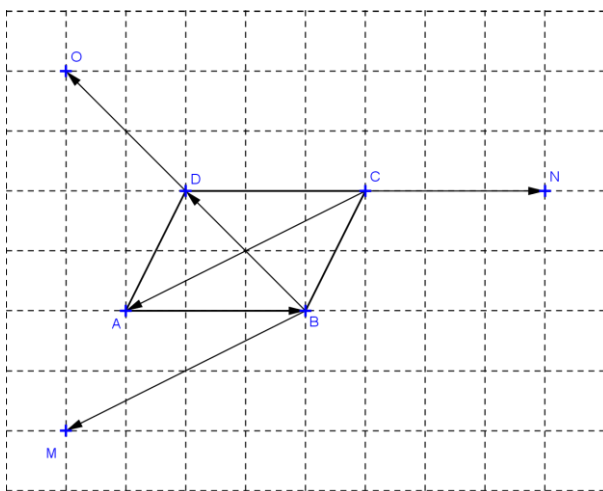
• Le représentant d'extrémité E du vecteur \vec{BA} est le vecteur \vec{FE} .



[Retour vers l'épisode 6](#)

❷ ABCD est un parallélogramme ; M, N et O définis par : $\vec{BM} = \vec{CA}$, $\vec{CN} = \vec{AB}$ et $\vec{DO} = \vec{BD}$;

Il y a une infinité de figures possibles suivant le parallélogramme ABCD pris au départ.



[Retour vers l'épisode 6](#)

❸ ABCD est un parallélogramme

E tel que ABDE soit un parallélogramme.

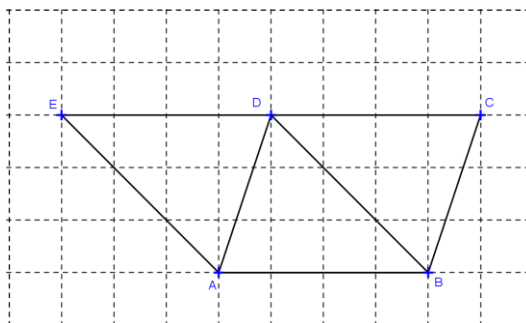
a) Il y a une infinité de figures possibles.

b) ABCD est un parallélogramme $\Leftrightarrow \vec{AB} = \vec{DC}$;

ABDE est un parallélogramme $\Leftrightarrow \vec{AB} = \vec{ED}$;

$\vec{AB} = \vec{DC}$ et $\vec{AB} = \vec{ED} \Rightarrow \vec{DC} = \vec{ED}$;

$\vec{DC} = \vec{ED} \Leftrightarrow$ D est le milieu du segment [CE].



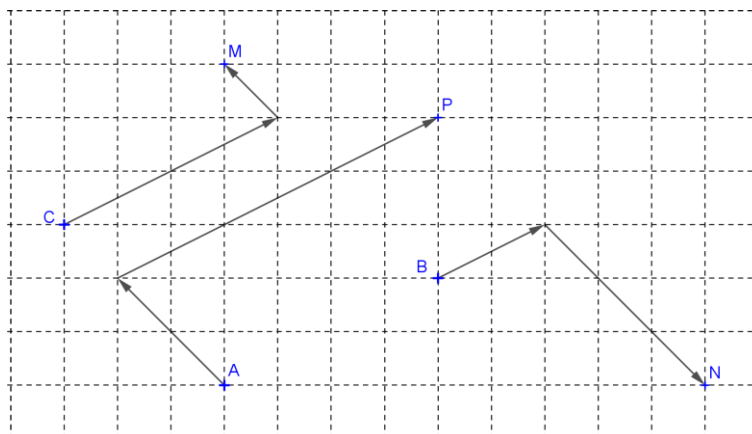
[Retour vers l'épisode 6](#)

❹

$$\vec{CM} = \vec{AB} + \frac{1}{3}\vec{AC} ;$$

$$\vec{BN} = \frac{1}{2}\vec{AB} - \vec{AC} ;$$

$$\vec{PA} = -\frac{2}{3}\vec{AC} - \frac{3}{2}\vec{AB} \Leftrightarrow \vec{AP} = \frac{2}{3}\vec{AC} + \frac{3}{2}\vec{AB} .$$



[Retour vers l'épisode 6](#)

$$\begin{aligned} \textcircled{5} \quad & \overrightarrow{EF} + \overrightarrow{GP} + \overrightarrow{FG} = \overrightarrow{EF} + \overrightarrow{FG} + \overrightarrow{GP} = \overrightarrow{EP} ; \\ & \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MT} = \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{TM} = \overrightarrow{TM} + \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{TB} ; \\ & \overrightarrow{KI} - \overrightarrow{KS} + \overrightarrow{IL} = \overrightarrow{KI} + \overrightarrow{SK} + \overrightarrow{IL} = \overrightarrow{SK} + \overrightarrow{KI} + \overrightarrow{IL} = \overrightarrow{SL} \end{aligned}$$

[Retour vers l'épisode 6](#)

$$\textcircled{6} \text{ a) } \overrightarrow{BA} = 4\overrightarrow{CB} \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = 4\overrightarrow{BC} ;$$

$$\begin{aligned} \text{b) } 3\overrightarrow{BA} - 2\overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{BC} & \Leftrightarrow -3\overrightarrow{AB} - 2(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}) = 2\overrightarrow{BC} \Leftrightarrow -3\overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{BC} = 2\overrightarrow{BC} ; \\ & \Leftrightarrow -5\overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{BC} + 2\overrightarrow{BC} \Leftrightarrow -5\overrightarrow{AB} = 4\overrightarrow{BC} \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = -\frac{4}{5}\overrightarrow{BC} . \end{aligned}$$

[Retour vers l'épisode 6](#)

$\textcircled{7} \left(O ; \vec{i} , \vec{j} \right)$ est un repère orthonormé du plan ;

$$\text{a) } \bullet \vec{u}(-7;2) ; \vec{v}\left(3;-\frac{1}{2}\right) ;$$

$$3\vec{u}(3 \times (-7); 3 \times 2) ; \quad 3\vec{u}(-21;6) ; \quad 2\vec{v}\left(2 \times 3; 2 \times \left(-\frac{1}{2}\right)\right) ; \quad 2\vec{v}(6;-1) ;$$

$$3\vec{u} - 2\vec{v}(-21-6; 6-(-1)) ; \quad 3\vec{u} - 2\vec{v}(-27;7) .$$

$$\bullet \|\vec{u}\| = \sqrt{(-7)^2 + 2^2} = \sqrt{49+4} = \sqrt{53} .$$

$$\text{b) } R(-4;9) \text{ et } S(2;-6) .$$

$$\bullet \overrightarrow{SR}(-4-2; 9-(-6)) ; \quad \overrightarrow{SR}(-6;15)$$

$$\bullet RS = \|\overrightarrow{SR}\| = \sqrt{(-6)^2 + 15^2} = \sqrt{36+225} = \sqrt{261} .$$

• M milieu du segment [RS] ;

$$x_M = \frac{-4+2}{2} = -1 \text{ et } y_M = \frac{9+(-6)}{2} = \frac{3}{2} ; \quad M\left(-1; \frac{3}{2}\right)$$

$$\text{c) } E(-5;2) \text{ et } P(1;-3) ; \quad F(x_F; y_F) ;$$

$$\begin{aligned} P \text{ est le milieu du segment } [EF] & \Leftrightarrow x_P = \frac{x_E + x_F}{2} \text{ et } y_P = \frac{y_E + y_F}{2} \Leftrightarrow 1 = \frac{-5 + x_F}{2} \text{ et } -3 = \frac{2 + y_F}{2} ; \\ & \Leftrightarrow -5 + x_F = 2 \text{ et } 2 + y_F = -6 \Leftrightarrow x_F = 7 \text{ et } y_F = -8 ; \end{aligned}$$

$$F(7;-8) .$$

[Retour vers l'épisode 6](#)

$\textcircled{8} \left(O ; \vec{i} , \vec{j} \right)$ est un repère orthonormé du plan.

$$A(-3;-1), B(1;2), C(-2;6) \text{ et } D(-6;3) .$$

a) Figure ci-contre.

$$\text{b) } \overrightarrow{AB}(1-(-3); 2-(-1)) ; \quad \overrightarrow{AB}(4;3) ;$$

$$\overrightarrow{DC}(-2-(-6); 6-3) ; \quad \overrightarrow{DC}(4;3) ;$$

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Leftrightarrow ABCD \text{ est un parallélogramme ;}$$

$$AB = \|\overrightarrow{AB}\| = \sqrt{4^2 + 3^2} = \sqrt{16+9} = \sqrt{25} = 5 ;$$

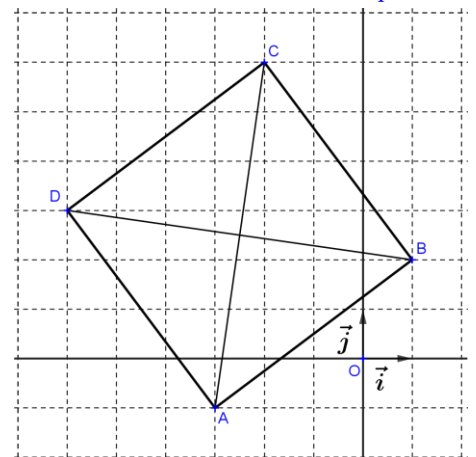
$$AD = \|\overrightarrow{AD}\| = \sqrt{(-6-(-3))^2 + (3-(-1))^2} = \sqrt{(-3)^2 + 4^2} = \sqrt{9+16} = \sqrt{25} = 5 ;$$

ABCD est un parallélogramme et $AB = AD \Leftrightarrow ABCD$ est un losange ;

$$AC = \|\overrightarrow{AC}\| = \sqrt{(-2-(-3))^2 + (6-(-1))^2} = \sqrt{1^2 + 7^2} = \sqrt{1+49} = \sqrt{50} = \sqrt{25 \times 2} = \sqrt{25} \times \sqrt{2} = 5\sqrt{2} ;$$

$$BD = \|\overrightarrow{BD}\| = \sqrt{(-6-1)^2 + (3-2)^2} = \sqrt{(-7)^2 + 1^2} = \sqrt{49+1} = \sqrt{50} = \sqrt{25 \times 2} = \sqrt{25} \times \sqrt{2} = 5\sqrt{2} ;$$

ABCD est un losange et $AC = BD \Leftrightarrow ABCD$ est un carré.



[Retour vers l'épisode 6](#)

9 $(\vec{O}; \vec{i}, \vec{j})$ est un repère orthonormé du plan.

a) $A(-1;1)$, $B(1;2)$ et $E(4;3)$.

$$\overrightarrow{AB}(1-(-1);2-1); \quad \overrightarrow{AE}(5;2);$$

$$\overrightarrow{AE}(4-(-1);3-1); \quad \overrightarrow{AE}(5;2);$$

$$\det(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AE}) = 2 \times 2 - 1 \times 5 = 4 - 5 = -1 \neq 0;$$

$$\det(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AE}) \neq 0 \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} \text{ et } \overrightarrow{AE} \text{ ne sont pas colinéaires} \Leftrightarrow A, B \text{ et } E \text{ ne sont pas alignés.}$$

b) $C(3;-1)$, $D(-3;-3)$, $G(3;-5)$ et $F(15;-1)$.

$$\overrightarrow{CD}(-3-3;-3-(-1)); \quad \overrightarrow{CD}(-6;-2); \quad \overrightarrow{FG}(3-15;-5-(-1)); \quad \overrightarrow{FG}(-12;-4);$$

Deux réponses possibles :

• De manière évidente, on a :

$$\overrightarrow{FG} = 2\overrightarrow{CD} \Rightarrow \overrightarrow{CD} \text{ et } \overrightarrow{FG} \text{ sont colinéaires} \Rightarrow (CD) \text{ et } (FG) \text{ sont parallèles.}$$

$$\bullet \det(\overrightarrow{CD}; \overrightarrow{FG}) = -6 \times (-4) - (-2) \times (-12) = 24 - 24 = 0;$$

$$\det(\overrightarrow{CD}; \overrightarrow{FG}) = 0 \Leftrightarrow \overrightarrow{CD} \text{ et } \overrightarrow{FG} \text{ sont colinéaires} \Leftrightarrow (CD) \text{ et } (FG) \text{ sont parallèles.}$$

c) $H(1;1)$; $I(7;-1)$; $J(5;y)$.

$$H, I \text{ et } J \text{ sont alignés} \Leftrightarrow \overrightarrow{HI} \text{ et } \overrightarrow{HJ} \text{ sont colinéaires} \Leftrightarrow \det(\overrightarrow{HI}; \overrightarrow{HJ}) = 0;$$

$$\overrightarrow{HI}(7-1;-1-1); \quad \overrightarrow{HI}(6;-2);$$

$$\overrightarrow{HJ}(5-1;y-1); \quad \overrightarrow{HJ}(4;y-1);$$

$$\det(\overrightarrow{HI}; \overrightarrow{HJ}) = 6(y-1) - (-2) \times 4 = 6y - 6 + 8 = 6y + 2;$$

$$\det(\overrightarrow{HI}; \overrightarrow{HJ}) = 0 \Leftrightarrow 6y + 2 = 0 \Leftrightarrow y = -\frac{1}{3};$$

Pour $y = -\frac{1}{3}$, les points H, I et J sont alignés.

d) $M(-1;-2)$, $N(5;1)$, $R(4;-3)$ et $S(2;-4)$;

$$\overrightarrow{MN}(5-(-1);1-(-2)); \quad \overrightarrow{MN}(6;3);$$

$$\overrightarrow{SR}(4-2;-3-(-4)); \quad \overrightarrow{SR}(2;1);$$

$\overrightarrow{MN} \neq \overrightarrow{SR}$ et donc MNRS n'est pas un parallélogramme ;

$$\det(\overrightarrow{MN}; \overrightarrow{SR}) = 6 \times 1 - 3 \times 2 = 6 - 6 = 0;$$

$$\det(\overrightarrow{MN}; \overrightarrow{SR}) = 0 \Leftrightarrow \overrightarrow{MN} \text{ et } \overrightarrow{SR} \text{ sont colinéaires} \Leftrightarrow (MN) // (SR);$$

Le quadrilatère MNRS est un trapèze de base $[MN]$ et $[SR]$.

[Retour vers l'épisode 6](#)

10 $(O; \vec{i}, \vec{j})$; $A(-3;-2)$, $B(-2;-1)$ et $C(4;1)$.

a) Voir figure à la fin de correction de l'exercice.

b) $D(x_D; y_D)$;

ABCD est un parallélogramme $\Leftrightarrow \vec{AB} = \vec{DC}$;

$$\vec{AB}(-2-(-3); -1-2) ; \quad \vec{AB}(1; -3) ; \quad \vec{DC}(4-x_D; 1-y_D) ;$$

$$\vec{AB} = \vec{DC} \Leftrightarrow \begin{cases} 4-x_D = 1 \\ 1-y_D = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -x_D = -3 \\ -y_D = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D = 3 \\ y_D = 4 \end{cases} ; \quad D(3;4).$$

c) $AC = \sqrt{(4-(-3))^2 + (1-2)^2} = \sqrt{7^2 + (-1)^2} = \sqrt{49+1} = \sqrt{50} = \sqrt{25 \times 2} = 5\sqrt{2}$;

$$BD = \sqrt{(3-(-2))^2 + (4-(-1))^2} = \sqrt{5^2 + 5^2} = \sqrt{25+25} = \sqrt{50} = \sqrt{25 \times 2} = 5\sqrt{2} ;$$

ABCD est un parallélogramme et $AC = BD \Leftrightarrow$ ABCD est un rectangle.

d) K milieu de [BC] ;

$$x_K = \frac{-2+4}{2} = 1 \text{ et } y_K = \frac{-1+1}{2} = 0 ; \quad K(1;0).$$

e) $E(x_E; y_E)$;

$$\vec{AB}(1; -3) ; \quad 2\vec{AB}(2; -6) ; \quad \vec{AE}(x_E-(-3); y_E-2) ; \quad \vec{AE}(x_E+3; y_E-2) ;$$

$$\vec{AE} = 2\vec{AB} \Leftrightarrow \begin{cases} x_E+3 = 2 \\ y_E-2 = -6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_E = -1 \\ y_E = -4 \end{cases} .$$

f) $D(3;4)$; $K(1;0)$; $E(-1;-4)$;

$$\vec{DK}(1-3; 0-4) ; \quad \vec{DK}(-2; -4) ; \quad \vec{DE}(-1-3; -4-4) ; \quad \vec{DE}(-4; -8) ;$$

De manière évidente, on a : $\vec{DE} = 2\vec{DK} \Leftrightarrow$ K est le milieu de [DE] \Leftrightarrow D, K et E sont alignés ;

g) $F(-5;-2)$; $E(-1;-4)$; $K(1;0)$;

$$EF = \sqrt{(-5-(-1))^2 + (-2-(-4))^2} = \sqrt{(-4)^2 + 2^2} = \sqrt{16+4} = \sqrt{20} ;$$

$$EK = \sqrt{(1-(-1))^2 + (0-(-4))^2} = \sqrt{2^2 + 4^2} = \sqrt{4+16} = \sqrt{20} ;$$

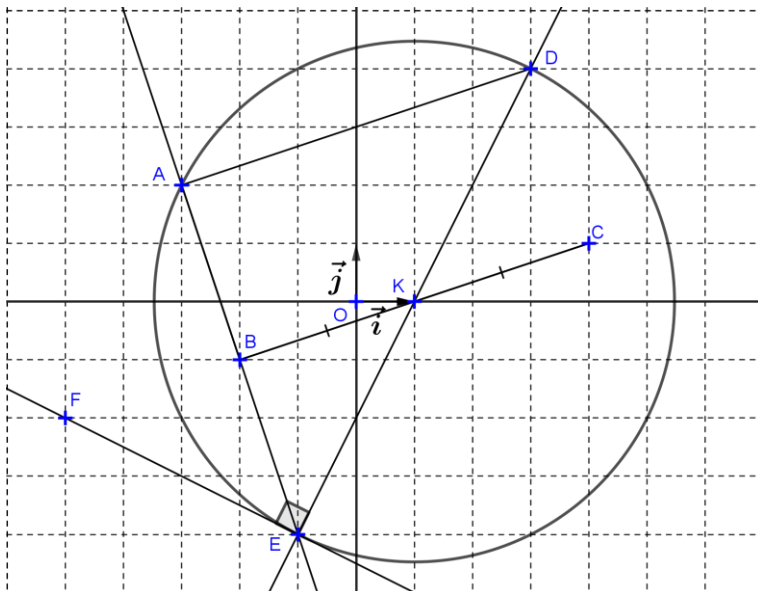
$$FK = \sqrt{(1-(-5))^2 + (0-(-2))^2} = \sqrt{6^2 + 2^2} = \sqrt{36+4} = \sqrt{40} ;$$

$$FK^2 = (\sqrt{40})^2 = 40 ; \quad EF^2 + EK^2 = (\sqrt{20})^2 + (\sqrt{20})^2 = 20 + 20 = 40 ;$$

D'après le théorème de Pythagore, on a :

$$EF^2 + EK^2 = FK^2 \Leftrightarrow$$
 EFK est rectangle en E ;

$(KE) \perp (EF) \Rightarrow$ (FE) est tangente au cercle de centre K passant par E.



11 RST rectangle en S ; $ST = 9 \text{ cm}$; $\widehat{STR} = 37^\circ$.

H projeté orthogonal de S sur la droite (RT) ;

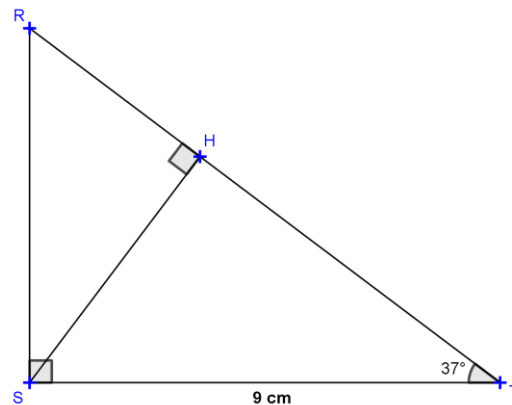
$$\text{RST est rectangle en S} \Rightarrow \tan(\widehat{STR}) = \frac{RS}{ST} \text{ et } \sin(\widehat{STR}) = \frac{RS}{RT} ;$$

$$\text{Donc, on a : } \tan(37) = \frac{RS}{9} \Leftrightarrow RS = 9 \tan(37) \approx 6,78 \text{ cm} ;$$

$$\sin(37) = \frac{9}{ST} \Leftrightarrow ST = \frac{9}{\sin(37)} \approx 14,95 \text{ cm}.$$

$$\text{STH est rectangle en H} \Rightarrow \cos(\widehat{HTS}) = \frac{TH}{TS} ;$$

$$\text{Donc, on a : } \cos(37) = \frac{TH}{9} \Rightarrow TH = 9 \times \cos(37) \approx 7,19 \text{ cm}.$$



[Retour vers l'épisode 6](#)

12 $(O; \vec{i}, \vec{j})$ est un repère orthonormé du plan.

a) $(d): -3x + 5y - 6 = 0$; $(d'): 2x - \frac{10}{3}y + 9 = 0$;

- $\vec{u}(-5; -3)$ et $\vec{v}(10; 6)$ sont deux vecteurs directeurs de la droite (d) .

- $A(-7; -3)$; $-3 \times (-7) + 5 \times (-3) - 6 = 21 - 15 - 6 = 0 \Rightarrow A \in (d)$;

$$B\left(2; \frac{5}{2}\right) ; \quad -3 \times 2 + 5 \times \frac{5}{2} - 6 = -6 + \frac{25}{2} - 6 = -\frac{12}{2} + \frac{25}{2} - \frac{12}{2} = \frac{1}{2} \neq 0 \Rightarrow B \notin (d)$$

- Prenons par exemple $y = 0$; on a alors $-3x + 5 \times 0 - 6 = 0 \Leftrightarrow -3x - 6 = 0 \Leftrightarrow x = -2$; $C(-2; 0) \in (d)$

- $\vec{u}(-5; -3)$ est un vecteur directeur de (d) ;

- $\vec{u}'\left(\frac{10}{3}; 2\right)$ est un vecteur directeur de (d') ;

$$\det\left(\vec{u}; \vec{u}'\right) = -5 \times 2 - (-3) \times \frac{10}{3} = -10 + 10 = 0 ;$$

$$\det\left(\vec{u}; \vec{u}'\right) = 0 \Leftrightarrow \vec{u} \text{ et } \vec{u}' \text{ sont colinéaires} \Leftrightarrow (d) // (d') ; \quad \text{L'élève a tort.}$$

b) $M(-2; 5)$; $N(5; -3)$; Équation cartésienne de la droite (MN) : $(MN): ax + by + c = 0$;

$$\overrightarrow{MN}(5 - (-2); -3 - 5) ; \quad \overrightarrow{MN}(7; -8) ; \quad \overrightarrow{MN} \text{ est un vecteur directeur de la droite } (MN) ;$$

Donc, on a : $a = -8$ et $b = -7$; $(MN): -8x - 7y + c = 0$;

$$M \in (MN) \Rightarrow -8 \times (-2) - 7 \times 5 + c = 0 \Rightarrow 16 - 35 + c = 0 \Rightarrow c = 19 ;$$

$$(MN): -8x - 7y + 19 = 0.$$

[Retour vers l'épisode 6](#)

13 On a le graphique ci-contre :

$$(d_1): y = \frac{1}{3}x - 2 ;$$

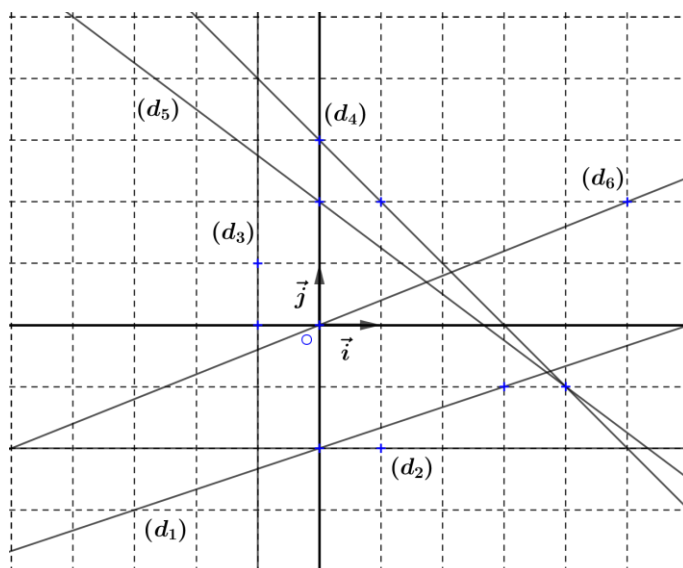
$$(d_2): y = -2 ;$$

$$(d_3): x = -1 ;$$

$$(d_4): y = 3 - x ;$$

$$(d_5): y = -\frac{3}{4}x + 2 ;$$

$$(d_6): y = \frac{2}{5}x .$$



[Retour vers l'épisode 6](#)

14 A(-3;1), B(-1;-2), C(2;2), D(7;-4) et E(2;-6).

a) • A(-3;1); B(-1;-2);

$$x_A \neq x_B \Rightarrow (AB): y = mx + p$$

$$m = \frac{-2-1}{-1-(-3)} = -\frac{3}{2}; \quad \text{donc } (AB): y = -\frac{3}{2}x + p;$$

$$A \in (AB) \Leftrightarrow 1 = -\frac{3}{2} \times (-3) + p \Leftrightarrow 1 = \frac{9}{2} + p \Leftrightarrow p = 1 - \frac{9}{2} \Leftrightarrow p = -\frac{7}{2};$$

$$(AB): y = -\frac{3}{2}x - \frac{7}{2}.$$

• C(2;2); D(7;-4);

$$x_C \neq x_D \Rightarrow (CD): y = mx + p$$

$$m = \frac{-4-2}{7-2} = -\frac{6}{5}; \quad \text{donc } (CD): y = -\frac{6}{5}x + p;$$

$$C \in (CD) \Leftrightarrow 2 = -\frac{6}{5} \times 2 + p \Leftrightarrow 2 = -\frac{12}{5} + p \Leftrightarrow p = 2 + \frac{12}{5} \Leftrightarrow p = \frac{22}{5};$$

$$(CD): y = -\frac{6}{5}x + \frac{22}{5}.$$

b) E(2;-6); (AB): $y = -\frac{3}{2}x - \frac{7}{2}$; $-\frac{3}{2} \times 2 - \frac{7}{2} = -\frac{6}{2} - \frac{7}{2} = -\frac{13}{2} \neq -6 \Rightarrow E \notin (AB);$

c) (AB): $y = -\frac{3}{2}x - \frac{7}{2}$; (CD): $y = -\frac{6}{5}x + \frac{22}{5}$

Les droites (AB) et (CD) ont deux vecteurs directeurs différents et donc ne sont pas parallèles.

d) Équation réduite de la droite (d) parallèle à la droite (AC) et passant par B.

A(-3;1); C(2;2); B(-1;-2);

$$(d): y = mx + p;$$

$$(d) // (AC) \Rightarrow m = \frac{2-1}{2-(-3)} = \frac{1}{5}; \quad \text{donc } (d): y = \frac{1}{5}x + p;$$

$$B \in (d) \Leftrightarrow -2 = \frac{1}{5} \times (-1) + p \Leftrightarrow -2 = -\frac{1}{5} + p \Leftrightarrow p = -2 + \frac{1}{5} \Leftrightarrow p = -\frac{10}{5} + \frac{1}{5} \Leftrightarrow p = -\frac{9}{5};$$

$$(d): y = \frac{1}{5}x - \frac{9}{5}.$$

[Retour vers l'épisode 6](#)

15 Par lecture graphique, on a :

$$(d_1): x = -2;$$

$$(d_2): y = -x - 3;$$

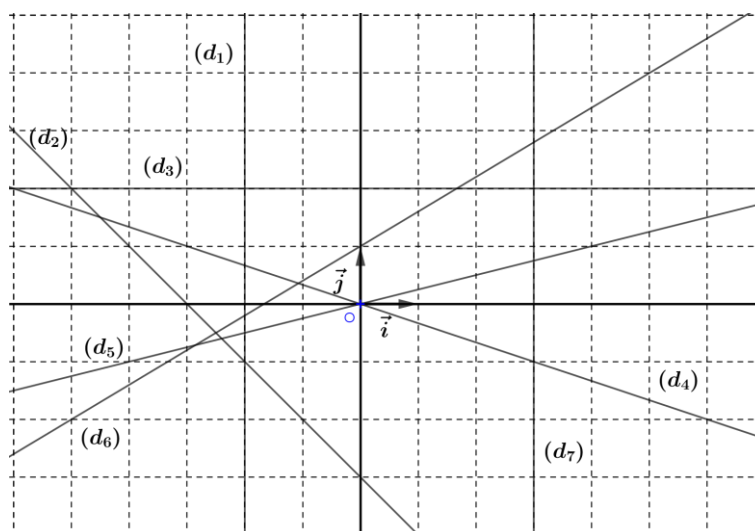
$$(d_3): y = 2;$$

$$(d_4): y = -\frac{1}{3}x;$$

$$(d_5): y = \frac{1}{4}x;$$

$$(d_6): y = \frac{3}{5}x + 1;$$

$$(d_7): x = 3.$$



[Retour vers l'épisode 6](#)

Épisode 7 – Python dans tous ses états

- ❶ $f_1(2,-5)$;
 $x = 2 + (-5) = -3$;
 $f_1(2,-5)$ renvoie -3 .

```
rad PYTHON
1 from math import *
2 def f1(a,b):
3     x=a+b
4     return x
```

[Retour vers l'épisode 7](#)

- ❷ $f_2(2,-5)$;
 $c = 2$;
 $a = -5$;
 $b = 2$;
 $c = -5 - 2 = -7$;
 $f_2(2,-5)$ renvoie -7 .

```
rad PYTHON
1 from math import *
2 def f2(a,b):
3     c=a
4     a=b
5     b=c
6     c=a-b
7     return c
```

[Retour vers l'épisode 7](#)

- ❸ $f_3(2,5)$
 $a = 2$; le test $a == 5$ renvoie faux ;
 $2 + 5 = 7$
 $f_3(2,5)$ renvoie 7.

```
rad PYTHON
1 from math import *
2 def f3(a,b):
3     if a==5:
4         return a-b
5     else:
6         return a+b
```

[Retour vers l'épisode 7](#)

- ❹ La fonction python `mystere(p)` renvoie vraie si p est divisible par 13, faux sinon.

```
rad PYTHON
1 from math import *
2 def mystere(p):
3     if p%13==0:
4         return True
5     else:
6         return False
```

[Retour vers l'épisode 7](#)

❺

u	150	138,5	128,73	120,42	113,36	107.36
n	0	1	2	3	4	5
Test $u > 110$	VRAI	VRAI	VRAI	VRAI	VRAI	FAUX

La fonction `seuil` renvoie 5.

```
rad PYTHON
1 from math import *
2 def seuil():
3     u=150
4     n=0
5     while u>110:
6         u=u*0.85+11
7         n=n+1
8     return n
```

[Retour vers l'épisode 7](#)

- ❻ a) $test(10) = 2 \times 10 = 20$; la console renvoie 20.
 b) $test(-7) = |-7| = 7$; la console renvoie 7
 c) $test(2) = \sqrt{2}$; la console renvoie 1.414213562373095
 d) $test(6,5) = 6,5^3 + 2 = 276,625$; la console renvoie 276.625

```
rad PYTHON
1 from math import *
2 def test(x):
3     if x<=0:
4         return abs(x)
5     elif x>0 and x<5:
6         return sqrt(x)
7     elif x>=5 and x<10:
8         return x**3+2
9     else:
10    return 2*x
```

[Retour vers l'épisode 7](#)

- 7 a) Voilà un script possible pour le calcul de la somme $s = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \frac{1}{8} + \frac{1}{9} + \frac{1}{10}$:

```
rad PYTHON
1 from math import *
2 def somme():
3     s=0
4     for i in range(1,11):
5         s=s+1/i
6     return s
```

- b) Voilà une fonction possible pour le calcul de la somme $s = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n}$:

```
rad PYTHON
1 from math import *
2 def somme(n):
3     s=0
4     for i in range(1,n+1):
5         s=s+1/i
6     return s
```

[Retour vers l'épisode 7](#)

- 8 Sa valeur diminue de 2 % toutes les 2 minutes nous indique que le coefficient multiplicateur est de $1 - \frac{4}{100} = 0,96$. On le retrouve

à la ligne 7 de toutes les fonctions.

- a est la variable que représente la valeur de la capacité d'attention ;
- m est le compteur de nombre de 2 minutes [on le multiplie par 2 à la ligne 8] ;

Fonction 2

```
rad PYTHON
1 from math import *
2 def attention():
3     m=0
4     a=100
5     while a>50:
6         m=m+1
7         a=a*0.96
8     return m*2
```

La bonne fonction est la fonction 2.

Justification :

Le problème des fonctions 2 et 3 se trouve à la ligne 5. Le test de la « boucle » *while* sera faux dès le départ et donc aucun calcul ne sera effectué. La valeur retournée sera égale donc à 0 à chaque fois.

Fonction 1

```
rad PYTHON
1 from math import *
2 def attention():
3     m=0
4     a=100
5     while a==50:
6         m=m+1
7         a=a*0.96
8     return m*2
```

Fonction 3

```
rad PYTHON
1 from math import *
2 def attention():
3     m=0
4     a=100
5     while a<=50:
6         m=m+1
7         a=a*0.96
8     return m*2
```

- 9 s est un entier au hasard compris entre 1 et 15 ;
 $\Omega = \{\text{secteur 1; secteur 2; secteur 3; secteur 4}\}$.

Par lecture du script on peut dire que :

- La probabilité d'obtenir le secteur 1 est égale à $\frac{4}{15}$;
- La probabilité d'obtenir le secteur 2 est égale à $\frac{2}{15}$;
- La probabilité d'obtenir le secteur 3 est égale à $\frac{6}{15} = \frac{2}{5}$;
- La probabilité d'obtenir le secteur 4 est égale à $\frac{3}{15} = \frac{1}{5}$;

Il faut donc choisir le secteur 3 pour avoir le plus de chance de gagner.

```
rad PYTHON
1 from math import *
2 from random import randint
3 def rouefortune():
4     s=randint(1,15)
5     if s<=4:
6         return "secteur 1"
7     elif s<=6:
8         return "secteur 2"
9     elif s<=12:
10        return "secteur 3"
11    else:
12        return "secteur 4"
```

[Retour vers l'épisode 7](#)

- 10 a) Fonction $somme1(n)$;
Somme des n premiers nombres entiers naturels $s = 1+2+\dots+n$;
b) Fonction $somme2(n)$;
Somme des n premiers nombres entiers pairs $s = 2+4+\dots+2n$;
c) Fonction $somme3(n)$;
Somme des n premiers nombres entiers impairs $s = 1+3+\dots+2n-1$;

Culture générale :

$$s = 1+2+\dots+n-1+n$$

- $+s = n+n-1+\dots+2+1$
 $2s = (n+1)+(n+1)+\dots+(n+1)+(n+1)$
 $2s = n(n+1)$ et donc $s = \frac{n(n+1)}{2}$;

Par exemple, on a : $s = 1+2+\dots+100 = \frac{100 \times 101}{2} = 5\,050$

- $s = 2+4+\dots+2n = 2(1+2+\dots+n) = 2 \times \frac{n(n+1)}{2} = n(n+1)$;

Par exemple, on a : $s = 2+4+\dots+100 = 50 \times 51 = 2\,550$

- $s = 1+3+\dots+2n-1$;
 $s+n = 1+1+3+1+\dots+2n-1+1 = 2+4+\dots+2n = n(n+1)$;
 $s+n = n(n+1) \Leftrightarrow s+n = n^2+n \Leftrightarrow s = n^2+n-n \Leftrightarrow s = n^2$;
Par exemple, on a : $s = 1+3+\dots+99 = 50^2 = 2\,500$

```
rad PYTHON
1 from math import *
2 def somme1(n):
3     s=0
4     for i in range(1,n+1):
5         s=s+i
6     return s
7
8 def somme2(n):
9     s=0
10    for i in range(2,2*n+2,2):
11        s=s+i
12    return s
13
14 def somme3(n):
15    s=0
16    for i in range(1,2*n-1+2,2):
17        s=s+i
18    return s
```

[Retour vers l'épisode 7](#)

- 11
- $n1 = \text{randint}(1,6)$ et $n3 = \text{randint}(1,6)$ nous renvoie un entier entre 1 et 6.
Cela correspond au lancer d'un dé.
 - $n2 = \text{randint}(0,1)$ nous renvoie un entier entre 0 et 1.
Cela correspond au lancer d'une pièce de monnaie [0 pour pile et 1 pour face par exemple].

Voilà un exemple d'expérience aléatoire associée à cette fonction :
On lance un dé non truqué à 6 faces.

- Si le résultat est impair ($n1\%2 \neq 0$) alors on lance une pièce de monnaie.
Si le résultat est pile on a gagné. Sinon on a perdu.
- Si le résultat est pair alors on relance le dé et si le résultat est encore pair ($n3\%2 == 0$) on a gagné. Sinon on a perdu.

```
rad PYTHON
1 from math import *
2 from random import randint
3 def jeu():
4     n1=randint(1,6)
5     if n1%2!=0:
6         n2=randint(0,1)
7         if n2==0:
8             resultat="gagne"
9         else:
10            resultat="perdu"
11    else:
12        n3=randint(1,6)
13        if n3%2==0:
14            resultat="gagne"
15        else:
16            resultat="perdu"
17    return resultat
```

[Retour vers l'épisode 7](#)