MATHÉMATİQUES

… — — — …

CORRİGÉ DES EXERCİCES D'ENTRAÎNEMENT À DESTİNATION DE TOUS LES ÉLÈVES ENTRANT EN 2nde GT DANS LE BASSİN D'AJACCİO EN SEPTEMBRE 2016.

… — — — …

La calculatrice n'est pas autorisée.

… — — — …

Rappel

Une épreuve de mathématiques commune aux élèves de 2nde GT du bassin d'Ajaccio est prévue courant septembre 2016.

Exercice 1

1° Parmi les points A, B, C, D et E, ceux dont on peut affirmer qu'ils appartiennent à $(\mathscr{C}_f)$ sont :

- $\mathrm{B}(4;-1)$ car $f(4)=-1$
- $\mathrm{C}(-2;3)$ car $f(-2)=3$
- $\mathrm{E}(3;3)$ car $f(3)=3$

2° **a) «** g est une fonction affine » : VRAI

g est une fonction affine car g est définie par une relation de la forme $g(x)=ax+b$ avec $a=3$ et $b=0$

b) « $g(x)$ est une fonction linéaire » : FAUX

Il serait juste de dire que g est une fonction linéaire mais $g(x)$ est un nombre.

c) « la représentation graphique de la fonction g est une droite » : VRAI

d) « la représentation graphique $g(x)$ passe par le point O » : FAUX

Il serait juste de dire que la représentation graphique de la fonction g passe par O mais $g(x)$ est un nombre.

e) « le point d'abscisse $x=2$ de la représentation graphique de la fonction g a pour image le nombre 6 » : FAUX

Il serait juste de dire que l'image de 2 par la fonction g est le nombre 6 ou le point d'abscisse $x=2$ de la représentation graphique de la fonction g a pour ordonnée le nombre 6.

3° f et g sont deux fonctions.

a)
- $f(3)=4$ peut se traduire par « l'image de 3 par la fonction f est 4 » ou par « 4 a pour antécédent 3 par la fonction f ».
- $g(0)=-2$ peut se traduire par « l'image de 0 par la fonction g est -2 » ou par « -2 a pour antécédent 0 par la fonction g ».

b)
- Par la fonction g, – 5,3 est l'image de 6 se traduit par « $g(6)=-5{,}3$ »
- 2,5 a pour antécédent 4,2 par la fonction f se traduit par « $f(4{,}2)=2{,}5$ »

Exercice 2

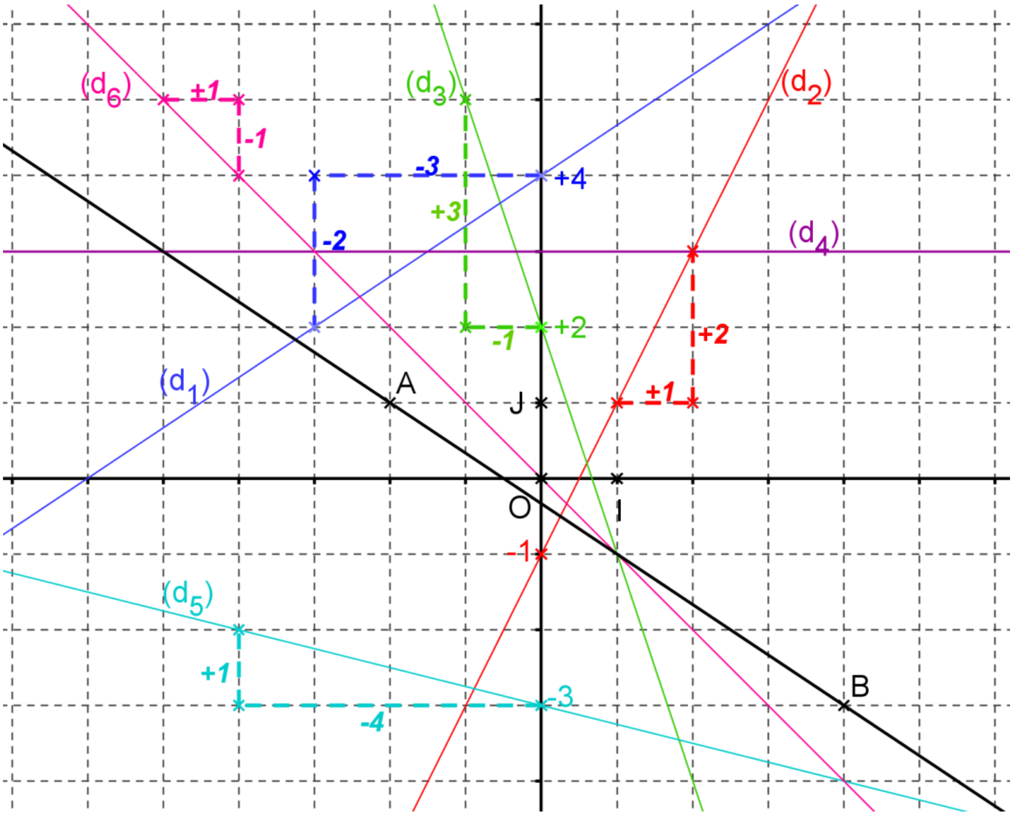
Par lecture graphique :

a) l'image de -5 est 5 ; l'image de $+2$ est 0 et l'image de $+6$ est 7 ;

b) le nombre -5 n'a pas d'antécédent par f ; le nombre -3 a un antécédent par f , le nombre 1 et le nombre 0 a deux antécédents par f , les nombres -3 et 2 ;

c) le seul nombre ayant exactement trois antécédents par f est 5 et ses trois antécédents sont les nombres -5 ; 4 et 10.

Exercice 3



1° Détermination, par lecture graphique, des fonctions affines f_1, f_2, f_3, f_4, f_5 et f_6 .

- f_1 est de la forme $x \longmapsto ax+b$ avec $a=\frac{-2}{-3}=\frac{2}{3}$ et $b=+4$ donc $f_1 : x \longmapsto \frac{2}{3}x+4$
- f_2 est de la forme $x \longmapsto ax+b$ avec $a=\frac{+2}{+1}=+2$ et $b=-1$ donc $f_2 : x \longmapsto 2x-1$
- f_3 est de la forme $x \longmapsto ax+b$ avec $a=\frac{+3}{-1}=-3$ et $b=+2$ donc $f_3 : x \longmapsto -3x+2$
- (d_4) est une droite « horizontale » (ie parallèle à l'axe des abscisses) donc f_4 est une fonction constante (cas particulier de fonction affine) de la forme $x \longmapsto b$. En remarquant que tous les points de (d_4) ont pour ordonnée +3, on en déduit : $f_4 : x \longmapsto +3$
- f_5 est de la forme $x \longmapsto ax+b$ avec $a=\frac{+1}{-4}=-\frac{1}{4}$ et $b=-3$ donc $f_5 : x \longmapsto -\frac{1}{4}x-3$
- (d_6) est une droite qui passe par le point O, origine du repère, donc f_6 est une fonction linéaire (cas particulier de fonction affine) de la forme $x \longmapsto ax$ avec $a=\frac{-1}{+1}=-1$ donc $f_6 : x \longmapsto -x$

2° Détermination, par le calcul, de la fonction affine g.

g est de la forme $x \longmapsto ax+b$ avec $a=\frac{y_B-y_A}{x_B-x_A}=\frac{-3-1}{+4-(-2)}=\frac{-4}{+6}=-\frac{4}{6}=-\frac{2}{3}$

Donc : $g : x \longmapsto -\frac{2}{3}x+b$

De plus, la droite (AB) passe par le point A donc les coordonnées de A sont telles que : $g(x_{\mathrm{A}})=y_{\mathrm{A}}$

donc : $-\frac{2}{3}\times(-2)+b=+1$; $+\frac{4}{3}+b=+1$; $b=+1-\frac{4}{3}$; $b=-\frac{1}{3}$

Par suite : $g : x \longmapsto -\frac{2}{3}x-\frac{1}{3}$

Exercice 4

Soit f la fonction définie par : $f\ :\ x \mapsto (x+1)(x-3)$

1° **a)** $f(4) = (4+1) \times (4-3) = 5 \times 1 = 5$

b) l'image du nombre -4 par f est $f(-4)$ tel que :

$f(-4) = (-4+1) \times (-4-3) = (-3) \times (-7) = 21$

2° **a)** x est un antécédent du nombre 0 par f équivaut à :

$$f(x) = 0$$
$$(x+1)(x-3) = 0$$
$$x+1 = 0 \quad \text{ou} \quad x-3 = 0$$
$$x = -1 \quad \text{ou} \quad x = 3$$

donc le nombre 0 a deux antécédents par f, les nombres -1 et 3

b) x est un antécédent du nombre -4 par f équivaut à :

$$f(x) = -4$$
$$(x+1)(x-3) = -4$$
$$x^2 - 3x + x - 3 = -4$$
$$x^2 - 2x - 3 = -4$$
$$x^2 - 2x - 3 + 4 = -4 + 4$$
$$x^2 - 2x + 1 = 0$$
$$(x-1)^2 = 0$$
$$x - 1 = 0$$
$$x = 1$$

donc le nombre -4 a un antécédent par f, le nombre 1

Exercice 5

$A = 3(2x - 3) = 6x - 9$

$B = 2x(3 - 7x) = 6x - 14x^2$

$C = 3(2x + 1) - 3(7 - 2x) = 6x + 3 - 21 + 6x = 12x - 18$

$D = (3 - 2x)(7 - 4x) = 21 - 12x - 14x + 8x^2 = 8x^2 - 26x + 21$

$E = (2x + 3)^2 = (2x)^2 + 2 \times 2x \times 3 + 3^2 = 4x^2 + 12x + 9$

$F = (6 - 4x)^2 = 6^2 - 2 \times 6 \times 4x + (4x)^2 = 36 - 48x + 16x^2$

$G = 2x(3 - 2x) + 3(x - 8) = 6x - 4x^2 + 3x - 24 = -4x^2 + 9x - 24$

$H = (4x - 7)(2x - 3) - (2x - 3)^2 = (8x^2 - 12x - 14x + 21) - (4x^2 - 12x + 9)$
$= 8x^2 - 12x - 14x + 21 - 4x^2 + 12x - 9 = 4x^2 - 14x + 12$

$J = (6 - x)(6 + x) - (6 - x)(4 - x) = (36 - x^2) - (24 - 6x - 4x + x^2)$
$= 36 - x^2 - 24 + 6x + 4x - x^2 = -2x^2 + 10x + 12$

Exercice 6

$A = 6x - x^2 = x(6 - x)$

$B = 9x(x - 3) + 9x(10 + 2x)$

$B = 9x\,[(x - 3) + (10 + 2x)] = 9x\,[x - 3 + 10 + 2x] = 9x\,(3x + 7)$

$C = (2x + 1)(8 + x) - (3x - 1)(2x + 1)$

$C = (2x + 1)\,[(8 + x) - (3x - 1)]$

$C = (2x + 1)[8 + x - 3x + 1]$

$C = (2x + 1)(9 - 2x)$

$D = 4x^2 + 7x = x(4x + 7)$

$E = (11x - 3)^2 + (11x - 3)(5 + 9x)$

$E = (11x - 3)(11x - 3) + (11x - 3)(5 + 9x)$

$E = (11x - 3)[(11x - 3) + (5 + 9x)]$

$E = (11x - 3)[11x - 3 + 5 + 9x]$

$E = (11x - 3)(20x + 2)$

$F = x^2 - 10x + 25 = (x - 5)^2$

$G = (2 - x)(9 + x) - (2 - x)$

$G = (2 - x)(9 + x) - 1(2 - x)$

$G = (2 - x)[(9 + x) - 1]$

$G = (2 - x)[9 + x - 1]$

$G = (2 - x)(x + 8)$

$H = (5x + 1)^2 - 81$

$H = (5x + 1)^2 - 9^2$

$H = [(5x + 1) - 9][(5x + 1) + 9]$

$H = [5x + 1 - 9][5x + 1 + 9]$

$H = (5x - 8)(5x + 10)$

$J = (7x + 2)^2 - (3x + 4)^2$

$J = [(7x + 2) + (3x + 4)][(7x + 2) - (3x + 4)]$

$J = [7x + 2 + 3x + 4][7x + 2 - 3x - 4]$

$J = (10x + 6)(4x - 2)$

$K = 100 + 60x + 9x^2 = (10 + 3x)^2$

$L = 5x^2 + x = x(5x + 1)$

$M = (5x - 2)^2 - 9(x + 1)^2 = (5x - 2)^2 - [3(x + 1)]^2$

$M = [(5x - 2) + 3(x + 1)][(5x - 2) - 3(x + 1)]$

$M = [5x - 2 + 3x + 3][5x - 2 - 3x - 3]$

$M = (8x + 1)(2x - 5)$

Exercice 7

(E_1): $x - 5 = -3$

$x - 5 + 5 = -3 + 5$

$x = 2$

(E_1) a exactement une solution, le nombre 2

(E_2): $5 - x = 0$

$5 - x - 5 = 0 - 5$

$-x = -5$

$x = +5$

(E_2) a exactement une solution, le nombre 5

(E_3): $6x = 30$

$\frac{6x}{6} = \frac{30}{6}$

$x = 5$

(E_3) a exactement une solution, le nombre 5

(E_4): $1 + 5x = -9$

$1 + 5x - 1 = -9 - 1$

$5x = -10$

$\frac{5x}{5} = \frac{-10}{5}$

$x = -2$

(E_4) a exactement une solution, le nombre -2

(E_5): $\frac{x}{3} = 7$

$\frac{x}{3} \times 3 = 7 \times 3$

$x = 21$

(E_5) a exactement une solution, le nombre 21

(E_6): $\frac{2x+4}{4} = \frac{x-3}{3}$

$3(2x + 4) = 4(x - 3)$

$6x + 12 = 4x - 12$

$6x + 12 - 12 = 4x - 12 - 12$

$6x = 4x - 24$

$6x - 4x = 4x - 24 - 4x$

$2x = -24$

$\frac{2x}{2} = \frac{-24}{2}$

$x = -12$

(E_6) a exactement une solution, le nombre -12

(E_7): $2-\frac{x-6}{10}=x$

$\frac{20}{10}-\frac{x-6}{10}=\frac{10x}{10}$

$20-(x-6)=10x$

$20-x+6=10x$

$-x+26=10x$

$-x-10x=-26$

$-11x=-26$

$\frac{-11x}{-11}=\frac{-26}{-11}$

$x=\frac{26}{11}$

(E_7) a exactement une solution, le nombre $\frac{26}{11}$

(E_8): $(2x-1)(x-5)=0$

$2x-1=0$ ou $x-5=0$

$2x=1$ ou $x=5$

$x=\frac{1}{2}$ ou $x=5$

(E_8) a exactement deux solutions, les nombres $\frac{1}{2}$ et 5

(E_9): $(3x+2)^2=0$

$3x+2=0$

$3\,x=-2$

$x=-\frac{2}{3}$

(E_9) a exactement une solution, le nombre $-\frac{2}{3}$

(E_{10}): $(4x-7)^2=36$

$(4x-7)^2-36=0$

$(4x-7)^2-6^2=0$

$[(4x-7)+6][(4x-7)-6]=0$

$[4x-7+6][4x-7-6]=0$

$(4x-1)(4x-13)=0$

$4x-1=0$ ou $4x-13=0$

$4x=1$ ou $4x=13$

$x=\frac{1}{4}$ ou $x=\frac{13}{4}$

(E_{10}) a exactement deux solutions, les nombres $\frac{1}{4}$ et $\frac{13}{4}$

(E_{11}): $5x^2 = 2x$

$5x^2 - 2x = 0$

$x(5x-2) = 0$

$x = 0$ ou $5x - 2 = 0$

$x = 0$ ou $5x = 2$

$x = 0$ ou $x = \dfrac{2}{5}$

(E_{11}) a exactement deux solutions, les nombres 0 et $\dfrac{2}{5}$

(E_{12}): $\dfrac{x}{x+5} = \dfrac{x-2}{3}$

$(x+5)(x-2) = 3x$

$(x+5)(x-2) - 3x = 0$

$x^2 + 5x - 2x - 10 - 3x = 0$

$x^2 - 10 = 0$

$x^2 = 10$

$x = \sqrt{10}$ ou $x = -\sqrt{10}$

(E_{12}) a exactement deux solutions, les nombres $\sqrt{10}$ et $-\sqrt{10}$

Exercice 8

1°

(I_1): $3 + x > 0$

$3 + x - 3 > 0 - 3$

$x > -3$

(I_1) a une infinité de solutions, tous les nombres strictement supérieurs à -3

(I_2): $5 - x \geq 7$

$5 - x - 5 \geq 7 - 5$

$-x \geq 2$

$x \leq -2$

(I_2) a une infinité de solutions, tous les nombres inférieurs ou égaux à -2

(I_3): $2x < -8$

$\dfrac{2x}{2} < \dfrac{-8}{2}$

$x < -4$

(I_3) a une infinité de solutions, tous les nombres strictement inférieurs à -4

(I_4): $-3x \leq 9$

$\dfrac{-3x}{-3} \geq \dfrac{9}{-3}$

$x \geq -3$

(I_4) a une infinité de solutions, tous les nombres supérieurs ou égaux à -3

(I_5): $-2x > -10$

$\frac{-2x}{-2} < \frac{-10}{-2}$

$x < +5$

(I_5) a une infinité de solutions, tous les nombres strictement inférieurs à 5

2°

(I_6): $13x - 4 < 4x + 2$

$13x - 4x < 2 + 4$

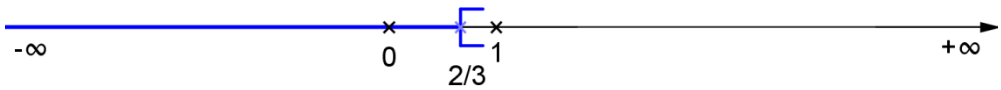
$9x < 6$

$\frac{9x}{9} < \frac{6}{9}$

$x < \frac{2}{3}$

(I_6) a une infinité de solutions, tous les nombres strictement inférieurs à $\frac{2}{3}$

Représentation graphique des solutions :



(I_7): $7x + 9 < 11x + 2$

$7x - 11x < 2 - 9$

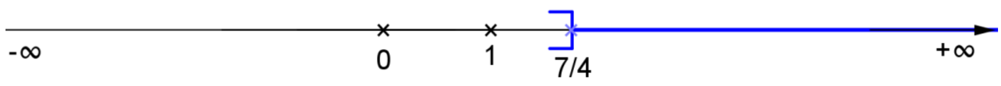
$-4x < -7$

$\frac{-4x}{-4} > \frac{-7}{-4}$

$x > \frac{7}{4}$

(I_7) a une infinité de solutions, tous les nombres strictement supérieurs à $\frac{7}{4}$

Représentation graphique des solutions :



(I_8): $10x - 15 \geq 12(x-1)$

$10x - 15 \geq 12x - 12$

$10x - 12x \geq -12 + 15$

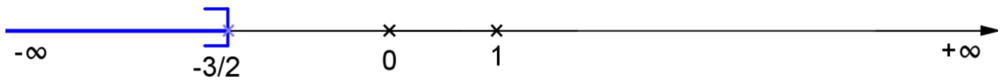
$-2x \geq 3$

$\dfrac{-2x}{-2} \leq \dfrac{3}{-2}$

$x \leq -\dfrac{3}{2}$

(I_8) a une infinité de solutions, tous les nombres inférieurs ou égaux à $-\dfrac{3}{2}$

Représentation graphique des solutions :



(I_9): $6(x+3) \geq x + 14$

$6x + 18 \geq x + 14$

$6x - x \geq -18 + 14$

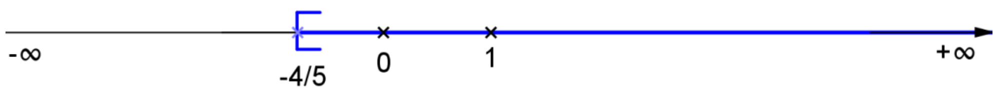
$5x \geq -4$

$\dfrac{5x}{5} \geq \dfrac{-4}{5}$

$x \geq -\dfrac{4}{5}$

(I_8) a une infinité de solutions, tous les nombres supérieurs ou égaux à $-\dfrac{4}{5}$

Représentation graphique des solutions :



<u>Exercice 9</u>

$$A = \frac{2}{3} + \frac{5}{3} \times \frac{4}{7} = \frac{2}{3} + \frac{5\times 4}{3\times 7} = \frac{2}{3} + \frac{20}{21} = \frac{2\times 7}{3\times 7} + \frac{20}{21} = \frac{14}{21} + \frac{20}{21} = \frac{34}{21}$$

$$B = \frac{1}{5} - \frac{7}{5} \times \frac{2}{3} = \frac{1}{5} - \frac{7\times 2}{5\times 3} = \frac{1}{5} - \frac{14}{15} = \frac{1\times 3}{5\times 3} - \frac{14}{15} = \frac{3}{15} - \frac{14}{15} = -\frac{11}{15}$$

$$C = \frac{7}{30} - \frac{4}{3} \div \frac{5}{2} = \frac{7}{30} - \frac{4}{3} \times \frac{2}{5} = \frac{7}{30} - \frac{4\times 2}{3\times 5} = \frac{7}{30} - \frac{8}{15} = \frac{7}{30} - \frac{8\times 2}{15\times 2} = \frac{7}{30} - \frac{16}{30} = -\frac{9}{30} = -\frac{3\times 3}{3\times 10} = -\frac{3}{10}$$

$$D = \frac{\frac{9}{5}}{\frac{3}{4}} = \frac{9}{5} \times \frac{4}{3} = \frac{9 \times 4}{5 \times 3} = \frac{3 \times 3 \times 4}{5 \times 3} = \frac{12}{5}$$

$$E=\frac{4}{9}-\frac{8}{9}\div\frac{16}{5}=\frac{4}{9}-\frac{8}{9}\times\frac{5}{16}=\frac{4}{9}-\frac{8\times5}{9\times16}=\frac{4}{9}-\frac{8\times5}{9\times2\times8}=\frac{4}{9}-\frac{5}{9\times2}=\frac{4}{9}-\frac{5}{18}=\frac{4\times2}{9\times2}-\frac{5}{18}=\frac{8}{18}-\frac{5}{18}$$
$$=\frac{3}{18}=\frac{3\times1}{3\times6}=\frac{1}{6}$$

$$F=\frac{\frac{7}{4}-2}{\frac{5}{4}+3}=\frac{\frac{7}{4}-\frac{2}{1}}{\frac{5}{4}+\frac{3}{1}}=\frac{\frac{7}{4}-\frac{8}{4}}{\frac{5}{4}+\frac{12}{4}}=\frac{-\frac{1}{4}}{\frac{17}{4}}=-\frac{1}{4}\times\frac{4}{17}=-\frac{1}{17}$$

$$G=\frac{-12}{5}\times\frac{10}{-3}\times\left(-\frac{7}{44}\right)=-\frac{12\times10\times7}{5\times3\times44}=-\frac{3\times4\times2\times5\times7}{5\times3\times4\times11}=-\frac{2\times7}{11}=-\frac{14}{11}$$

$$H=\frac{7}{6}-\frac{5}{9}-\frac{1}{3}=\frac{21}{18}-\frac{10}{18}-\frac{6}{18}=\frac{21-10-6}{18}=\frac{5}{18}$$

<u>Exercice 10</u>

1° $A=\sqrt{25}=\sqrt{5^2}=5$ et $B=\sqrt{(-13)^2}=\sqrt{169}=13$

On peut aussi remarquer que : $(-13)^2=13^2$ donc $B=\sqrt{(-13)^2}=\sqrt{13^2}=13$

2° $C=\sqrt{180}=\sqrt{36\times5}=\sqrt{36}\times\sqrt{5}=6\times\sqrt{5}=6\sqrt{5}$

$D=\sqrt{6075}=\sqrt{25\times81\times3}=\sqrt{25}\times\sqrt{81}\times\sqrt{3}=5\times9\times\sqrt{3}=45\sqrt{3}$

$E=2\sqrt{44}+3\sqrt{99}-7\sqrt{275}=2\times\sqrt{4\times11}+3\times\sqrt{9\times11}-7\times\sqrt{25\times11}$

$=2\times\sqrt{4}\times\sqrt{11}+3\times\sqrt{9}\times\sqrt{11}-7\times\sqrt{25}\times\sqrt{11}=2\times2\times\sqrt{11}+3\times3\times\sqrt{11}-7\times5\times\sqrt{11}$

$=4\sqrt{11}+9\sqrt{11}-35\sqrt{11}=-22\sqrt{11}$

3° $F=\sqrt{\frac{9}{5}}=\frac{\sqrt{9}}{\sqrt{5}}=\frac{3}{\sqrt{5}}=\frac{3\times\sqrt{5}}{\sqrt{5}\times\sqrt{5}}=\frac{3\sqrt{5}}{(\sqrt{5})^2}=\frac{3\sqrt{5}}{5}$

$G=\sqrt{\frac{12}{7}}=\frac{\sqrt{12}}{\sqrt{7}}=\frac{\sqrt{12}\times\sqrt{7}}{\sqrt{7}\times\sqrt{7}}=\frac{\sqrt{12}\times\sqrt{7}}{(\sqrt{7})^2}=\frac{\sqrt{12}\times\sqrt{7}}{7}=\frac{\sqrt{84}}{7}$

4° $H=\left(4+5\sqrt{2}\right)^2-\left(2\sqrt{2}-3\right)\left(3\sqrt{2}+7\right)$

$H=4^2+2\times4\times5\sqrt{2}+\left(5\sqrt{2}\right)^2-\left(2\sqrt{2}\times3\sqrt{2}+2\sqrt{2}\times7-3\times3\sqrt{2}-3\times7\right)$

$H=16+40\sqrt{2}+5^2\times\left(\sqrt{2}\right)^2-\left(6\times\left(\sqrt{2}\right)^2+14\sqrt{2}-9\sqrt{2}-21\right)$

$H=16+40\sqrt{2}+25\times2-\left(6\times2+5\sqrt{2}-21\right)$

$H=16+40\sqrt{2}+50-\left(12+5\sqrt{2}-21\right)$

$H=16+40\sqrt{2}+50-12-5\sqrt{2}+21$

$H=16+50-12+21+40\sqrt{2}-5\sqrt{2}$

$H=75+35\sqrt{2}$

5° **a)** On réduit l'écriture du nombre donné.

$(\sqrt{5}+2)^2-(2\sqrt{5}+2)(3\sqrt{5}-1)$

$=\sqrt{5}^2+2\times\sqrt{5}\times 2+2^2-(2\sqrt{5}\times 3\sqrt{5}-2\sqrt{5}\times 1+2\times 3\sqrt{5}-2\times 1)$

$=5+4\sqrt{5}+4-(30-2\sqrt{5}+6\sqrt{5}-2)$

$=5+4\sqrt{5}+4-30+2\sqrt{5}-6\sqrt{5}+2$

$=5+4-30+2+4\sqrt{5}+2\sqrt{5}-6\sqrt{5}$

$=-19$

b) On déduit laquelle des deux figures a la plus grande aire.

L'unité d'aire est le cm^2.

L'aire du carré de coté $c=\sqrt{5}+2$ est $A_1=(\sqrt{5}+2)^2$

L'aire du rectangle de longueur $L=2\sqrt{5}+2$ et de largeur $l=3\sqrt{5}-1$ est $A_2=(2\sqrt{5}+2)(3\sqrt{5}-1)$

Donc $A_1-A_2=(\sqrt{5}+2)^2-(2\sqrt{5}+2)(3\sqrt{5}-1)$

D'après a) : $A_1-A_2=-19$ donc $A_1-A_2<0$ d'où $A_1<A_2$ et, par suite, parmi le carré et le rectangle donnés, celle des deux figures qui a la plus grande aire est le rectangle.

Exercice 11

Figure 1

D'après le codage : OA $=3$ et OC $=$ OB $=4$ donc OA $\neq$ OC donc O n'est pas le milieu de [AC].

Or O est le point d'intersection des diagonales [AC] et [BD] du quadrilatère ABCD, donc les diagonales du quadrilatère ABCD ne se coupent pas en leur milieu donc ABCD n'est pas un parallélogramme.

Figure 2

D'après le codage : AB $=$ BD $=$ DC $=$ CA donc le quadrilatère <u>ABDC</u> est un losange car ses 4 côtés sont de même longueur donc <u>ABDC</u> est un parallélogramme.


La question porte sur le quadrilatère ABCD et non sur le quadrilatère ABDC.

Or le quadrilatère ABCD est un quadrilatère croisé donc ABCD n'est pas un pas un parallélogramme.

Figure 3

D'après le codage : AB $=$ DC $=6$ et AD $=$ BC $=4$ et ABCD est un quadrilatère non croisé.

Comme ABCD est un quadrilatère non croisé dont les côtés opposés sont 2 à 2 de même longueur alors ABCD est un parallélogramme.

Figure 4

M $\in$ [AB] et (MN) $\perp$ (MB) donc (MN) $\perp$ (AB).

N $\in$ [DC] et (MN) $\perp$ (NC) donc (MN) $\perp$ (DC).

Comme (MN) $\perp$ (AB) et (MN) $\perp$ (DC) alors (AB)//(DC).

De plus :

- comme M $\in$ [AB] alors $AB = AM + MB$ donc $AB = 4 + 3 = 7$

- comme N $\in$ [DC] alors $DC = DN + NC$ donc $DC = 5 + 2 = 7$

Par suite, ABCD est un quadrilatère non croisé tel que (AB)//(DC) et $AB = DC$ donc ABCD est un parallélogramme car c'est un quadrilatère non croisé dont 2 des côtés sont à la fois parallèles et de même longueur.

Figure 5

On ne peut pas dire si ABCD est, ou pas, un parallélogramme.

Deux cas sont possibles.

- 1er cas : $\widehat{BAD} = 90°$

Dans ce cas, ABCD est un quadrilatère dont 3 angles sont droits donc ABCD est un rectangle donc ABCD est un parallélogramme.

- 2ème cas : $\widehat{BAD} \neq 90°$

Dans ce cas, si ABCD était un parallélogramme, alors ABCD serait un parallélogramme avec un angle droit (par exemple $\widehat{ABC}$) donc ABCD serait un rectangle donc ABCD aurait 4 angles droits : ce qui n'est pas le cas puisque $\widehat{BAD} \neq 90°$.
Par suite, dans ce cas, ABCD n'est pas un parallélogramme.

Figure 6

D'après le codage : (AB) $\perp$ (AD).

Si (AB) et (DC) étaient parallèles alors, comme (AB) $\perp$ (AD), (AD) et (DC) seraient perpendiculaires : ce qui n'est pas le cas puisque $\widehat{ADC} = 89°$.

Par suite, (AB) et (DC) ne sont pas parallèles.

Or, un parallélogramme est un quadrilatère dont les côtés opposés sont 2 à 2 parallèles, donc ABCD n'est pas un parallélogramme car 2 de ses côtés opposés ne sont pas parallèles.